

Elektromagnetische Straling

Contents

Contents

1 ELEKTROMAGNETISCHE STRALING	4
1.1 Geloofsbelijdenis.....	4
1.2 Energie van een foton.....	5
1.3 Andere interpretatie van een energiepakket.....	5
1.4 Verschil tussen licht en radio-golven	5
1.5 Verschil tussen eigenfrequentie van een antenne en van een element	6
1.6 Straling van fotonen in een antenne	6
1.7 Een antenne straalt maar een koperen plaat niet.....	8
1.8 Ontvangst antenne	9
1.9 Epiloog.....	10
1.10 Analogie met bollen in een buis.....	10
2 DEFINIEREN VAN R, C EN L	14
2.1 Van fysica naar elektronica.....	14
2.2 De verschillende dimensies.....	16
2.3 Lading (Q), Stroom (I) en Spanning (V).....	16
2.3.1 Lading (Q)	16
2.3.2 Stroom (I).....	17
2.3.3 Spanning (V).....	18
2.4 Weerstand of Geleidbaarheid in een koperdraad	18
2.4.1 Wat is een koperdraad, elektrisch bekeken?.....	19
2.4.2 Wat is de snelheid van de elektronen stroom in een koperdraad?	20
2.4.3 Wat is de weerstand van een geleider (bv koperdraad) ?	21
2.4.4 Wat is de werkelijke snelheid van een elektron in een geleider ?	25
2.4.5 En wat is de gemiddelde lengte dat een elektron aflegt ?.....	25
2.5 Wat is een Capaciteit of een Condensator ?.....	25
2.6 Wat is een Inductantie of een Spoel ?	29
2.6.1 Wat heb ik op school geleerd ?	30
2.7 Voor de liefhebbers van de oude tijd.....	41
2.7.1 De Wet van Coulomb	41
2.7.2 De BLI en Bqv regel en de wet van Biot & Savart.....	42
2.7.3 De zelfinductie.....	42
2.8 Besluit.....	43

2.9 Het verhaaltje van de stroomdraad en de magneet.....	44
2.9.1 Waar zit het mysterie gebonden ?	44
2.9.2 De Magnetische veldlijnen.....	48
2.10 Samenvatting	51
3 STRALING VAN RADIOSIGNALLEN.....	52
3.1 Waarom is een antenne of een coaxkabel voor te stellen als een belastingsweerstand?	52
3.2 Wat is straling?.....	55
3.2.1 door elektronen in de atoomstructuur op een hogere schil te laten springen.	56
3.2.2 botsingen van elektronen op elkaar.....	57
3.2.3 Verandering van richting van elektronen door een inwendige of uitwendige kracht.	57
3.2.4 Verandering van snelheid.....	57
3.3 Voorstelling van fotonen emissie.....	59
3.3.1 Het Feynman diagram	59
3.3.2 De cavity oscillatie	60
3.3.3 Bremsstrahlung	61
4 Wat zijn radio stralingen?	62
4.1 De openingshoek van een antenne.....	65
4.2 Waarom straalt een antenne en een coax-kabel niet?	67
4.3 Wat heb ik op school geleerd over kracht (F) energie (E) en vermogen (P) ?.....	72
4.3.1 Kinetische Energie	73
4.3.2 Potentiele Energie	73
4.3.3 Som der krachten is gelijk aan nul.....	73
4.4 De relatie tussen Kracht (F)? Energie (E) en Vermogen (P) voor elektrische ladingen	75
4.5 Relatie tussen zwaartekracht en Coulomb krachten	75
4.6 Krachten tussen Zender en Ontvanger	77
4.7 De wetten van Maxwell.....	79
4.7.1 Wet van Gauss voor Elektrisch veld	80
4.7.2 Wet van Ampere.....	80
4.7.3 Wet van Maxwell.....	80
4.7.4 Wet van Faraday.....	81
4.7.5 Wet van Gauss voor magnetisme.....	81
4.8 Energie overdracht in de ruimte.....	81
4.8.1 Elektrisch Veld is gelijk aan Magnetisch Veld maal een constante	81
4.8.2 Relatie tussen Vermogen en Elektrisch Veld.....	82
4.8.3 Relatie tussen Vermogen en Magnetisch Veld	83
4.8.4 Weerstand van de ruimte	83
4.8.5 Elektrisch Veld maal Magnetisch Veld is Vermogen per vierkante meter	84
5 HET BEREKENEN VAN FYSISCH ANTENNES	90
5.1 De fysische benadering van straling.....	90
5.2 De wiskundige benadering van straling	91
5.3 Relatie tussen Elektrisch, Magnetisch veld en vermogen.....	91
5.4 Uitgezonden vermogen	93
5.5 Vermogen op een afstand r van de zendantenne.....	95

5.6 De definitie van een stralingsveld.....	96
5.7 De verschillende benaderingen.....	97
5.8 Bollading met een doormeter dL	98
5.9 Criticale afstand.....	101
5.10 Andere wiskundige benadering.....	102
5.10.1 Elektrisch potentiaal.....	103
5.10.2 Verschil tussen tijd en afstand in de ruimte.....	105
5.11 De fysische betekenis van het "Far Field".....	106
5.12 Het Magnetisch Veld.....	109
5.13 De fysische betekenis van het Elektrisch- en Magnetisch-veld.....	110
5.14 De fysische betekenis van het "near" veld.....	111
5.15 Vermogen uitgestuurd door een werkelijke antenne met lengte L	112
5.16 Stroomverdeling in een werkelijke antenne.....	116
5.17 Stroomverdeling in een $\lambda/4$ antenne.....	118
5.18 Stroomverdeling in een $\lambda/2$ antenne.....	121
5.19 Stroomverdeling in een $\lambda/8$ antenne.....	122
5.20 Stroomverdeling in een $5/8\lambda$ antenne.....	124
5.21 Stroomverdeling in een λ antenne.....	125
5.22 Stralingsweerstand van een $\lambda/4$ antenne.....	126
5.23 Stralingsweerstand van een $\lambda/2$ antenne.....	127
5.24 Stralingsweerstand van een $5\lambda/8$ antenne.....	127
5.25 De effectieve hoogte van een antenne.....	127
5.26 Algemene opmerkingen.....	128
5.27 Verliesvrije lijnen.....	128
5.28 Reflecties van de uitgestraalde fotonen.....	132
5.29 Elektrisch veld voor een reële $\lambda/2$ antenne.....	137
5.30 Opnieuw uitgestraald vermogen van een $\lambda/2$ antenne.....	141
5.31 Opnieuw stralingsweerstand van een $\lambda/2$ antenne.....	148
5.32 Opnieuw stralingsweerstand van een $\lambda/4$ antenne.....	148
5.33 Stralingsdiagram van een antenne.....	150
5.34 Omzetting in de ontvangst antenne van P/m^2 naar V	158
5.35 Antenne winst.....	160
6 Epiloog.....	161

1 ELEKTROMAGNETISCHE STRALING

1.1 Geloofsbelijdenis.

Iedereen heeft vandaag een GSM waarmee hij telefoneert, en velen hebben “wireless” verbindingen tussen de randapparatuur en de computer, en toch blijft voor de meeste mensen “radiostraling” een vaag begrip.

En dit is best te begrijpen, omdat we gedurende onze tijd dat we op de schoolbanken ons broek versleten, nooit een fatsoenlijke uitleg hebben gekregen van onze leraars. Meer nog, ik beweer dat (bijna) geen enkele leraar weet wat straling is. Maar geen enkele van de leraars heeft dit ooit durven zeggen en zij pretendeerden al maar door dat zij de wijsheid in pacht hadden.

En om de waarheid te zeggen, ik weet het ook niet, ik begrijp het ook niet helemaal. Maar ik ben niet alleen want ook professoren in de fysica, die op zoek zijn, in CERN (centre européenne pour la recherche nucléaire) naar de elementen van de natuur, beweren dat zolang we het graviton (Het deeltje dat verantwoordelijk is voor de zwaartekracht) niet gevonden hebben, we niet weten wat massa is. En vermits volgens Newton $F=m.a$ (kracht is massa maal versnelling) weten we dus ook niet wat kracht is!! Neen, we weten het niet!!!

Zo ook zolang we niet weten wat lading is zullen we niet begrijpen wat de wet van Coulomb $F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$ (1.1) betekent.

Natuurlijk is de definitie van lading (q) een hoop (n) bijeengevoegde elektronen, en als deze bewegen dan heeft men stroom. *Als er n elektronen zijn dan is $q = n.e$ en $q = i.t$ of $i = q/t$* maar dat is alleen maar het probleem verschuiven en zich afvragen wat is dan de lading van een elektron (e)? Waarom is dat negatief? Waar komt het vandaan?

Maar de wet van Coulomb is het **dogma** van de elektronica. Je **gelooft** erin, en je **hoopt** dat iemand het kan uitleggen. Maar heel mijn leven heb ik met veel **liefde** aan elektronica gedaan en nooit spijt van gehad. Als dat geen geloofsbelijdenis is.

Een ander even interessant geval is een foton.

Een foton is een energiepakketje dat zich verplaatst in vacuüm en in de lucht altijd met een constante snelheid (c), namelijk de snelheid van het licht ($c \approx 300.000\text{km/s}$)

Dit energiepakketje heeft geen massa, gaat altijd rechtdoor (in de vrije ruimte), wiebelt niet en heeft geen lading.

Dit is weeral een onbegrijpelijke definitie en gehoorzaamt zelfs niet aan de meest beroemde formule van Einstein $E = m.c^2$!!! Want als de massa nul is, draait en keert het zoals je wilt maar dan is $E = 0.c^2 = 0$. En dan mag je nog komen aandraven dat dit in feite maar een statische energie toestand is en dat in feite de formule van Einstein

is: $E = \frac{m.c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ en als $v = 0$ dan is $E = m.c^2$ maar als $v = c$ dan is $E = \frac{m.c^2}{0} = \infty$ maar we weten met

zekerheid dat de energie niet oneindig groot is. En als ook m gelijk aan 0 is dan is $E = \frac{0.c^2}{0} = \frac{0}{0}$ dat theoretisch

gelijk welke waarde kan hebben. Wat is het dan wel ??? De oplossing zou kunnen zijn dat m zeer, zeer klein is, maar dat heeft nog niemand durven zeggen of kunnen berekenen of bepalen.

Maar ontegensprekelijk voelen we dat de zon warmte uitstraalt naar ons en zelfs elektronen doet wegspringen uit een rooster en elektrische stroom veroorzaakt in zonnepanelen. We zijn er van overtuigd dat het energie overbrengt. En Einstein beweert dat deze energiestroom veroorzaakt wordt door een storm van fotonen.

Ik ben nog geen bladzijde ver, en dit is nu al het derde onbegrijpelijk geval dat we tegenkomen.

Als het foton niet op en neer beweegt, geen sinus-achtig verschijnsel is, maar alleen een massaloos bolletje voorstelt dat wat energie overbrengt, wat doet dat dan?

1.2 Energie van een foton

Planck heeft zelfs kunnen berekenen hoeveel energie zo een foton bevat, namelijk $E = h \cdot \nu$. Hierin is $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J.s de constante van Planck en ν is de frequentie van het uitgestraalde licht. Nu is de golflengte van het licht tussen 0,5 en 0,7 μm en met de wetenschap dat 1 μm gelijk is aan $1/1.000.000$ [m] en $\nu = 300.000$ [km/s] / 0,6 [μm] = 50×10^{13} [Hertz] dan is de energie van 1 licht foton gelijk aan

$E_{\text{lichtfoton}} = 6,63 \times 10^{-34}$ [J.s] $\times 50 \times 10^{13}$ [s⁻¹] = $331,5 \times 10^{-21}$ [J] wat een bijzonder klein getal voorstelt en dus impliceert dat er veel fotonen moeten de ether ingestuurd worden om bijvoorbeeld 1 Watt energie over te brengen. Dit aantal is $1 / 331,5 \times 10^{-21}$ [J] = 3×10^{24} fotonen per seconde.

Maar hoe moet ik die frequentie ν voorstellen, want een frequentie is normaal gezien toch in relatie met een sinus-achtige beweging (zoals het golven van het water wanneer men een steen in een pool gooit), terwijl een foton gewoon rechtdoor in de ether suist zonder de minste bobbeling.

Veronderstel dat een LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) één foton uitstoot en dan geen en dan terug één en dan geen enz. En dat dit uitzenden en niet uitzenden op een zeker ritme gebeurt n fotonen per seconde, dan kan men van een eigen frequentie spreken (oscillatie) waarmee de LASER fotonen uitzendt namelijk n fotonen / s. En als m -roosters van de LASER materie dat allemaal op hetzelfde ogenblik doen, dus zonder *fase* verschuiving dan zullen er $m \times n$ fotonen / s uitgezonden worden met een bepaalde frequentie welke gelijk is aan n / s [Hertz] . Men spreekt in dit geval van een “coherent licht” of een licht met een “coherente frequentie”.

Voor een robijn LASER is deze frequentie gelijk aan rood licht en dus ongeveer 6×10^{14} [Hertz].

1.3 Andere interpretatie van een energiepakket

De formule $E = h \cdot \nu$ kan men (wiskundig) ook voorstellen als de energie *overdracht door een “elektro magnetische”* golf, die zich rechtlijnig voortplant in de ruimte met de snelheid van het licht en een frequentie ν (eigen aan de materie) en waarvan de energie gelijk is aan het product $h \cdot \nu$ Maar het probleem is dan even groot als de voorstelling van een foton! Immers als een golf energie wil overbrengen dan moet er een “medium” zijn dat een **massa** moet hebben, een materiaal dat kan op en neer bewegen en/of links en rechts kan bewegen (zoals bv. De golven op het water, die de massa van het water nodig heeft, of trillingen in de lucht die de lucht verdichten of verdunnen, of trillingen door een metalen staaf, dat het rooster (de protonen) in het materiaal heen en weer doet bewegen. Maar een (licht)straal heeft geen massa !!!

Maxwell dacht er ook zo over en bedacht de “ether” die hij voorstelde als een strak gespannen laken (materie) dat op en neer kan bewogen worden om de energie door te geven. Maar Einstein bewees dat deze “ether” niet bestaat. Wat is nu juist en wat is fout, ik weet het niet en niemand weet het. Erger nog men heeft dan maar aanvaard dat er een “dualiteit principe” bestaat, soms zijn het golven en soms zijn het fotonen. Deze dualiteit van het wezen van een energiepakket is nog steeds niet opgelost. Maar fotonen lijken mij een betere voorstelling dan golven vandaar deze ietwat persoonlijke interpretatie om radiogolven uit te leggen.

1.4 Verschil tussen licht en radiogolven

Vele boeken beweren dat straling straling is en dat er geen enkel verschil is tussen de stralen van de zon en de stralen van een radiozender.

Zij vergissen zich.

1) Een radiozender zendt een signaal uit van één bepaalde frequentie (de draaggolf (bv. 100 Mhz)). De zon zendt een heel spectrum van frequenties uit gaande van ver beneden infrarood tot ver boven ultraviolet. De zon is dus een sterk vervuulende zender.

2) Een radiozender zendt een signaal uit waarbij alle fotonen op hetzelfde moment *in de ruimte worden geslingerd*, en op een ander moment geen enkele foton uitstraalt (Alle fotonen zijn in *fase*). (*Coherent* zoals een LASER doet). Bij zonnestralen is dat niet het geval. Alle materiaal in de zon zendt zijn licht-frequentie uit zonder in *fase* te zijn met het materiaal dat juist er naast staat. Een LED (light Emitting Diode) zendt één bepaalde frequentie uit maar niet in *fase*)

3) Het grootste *verschil is dat de energie van een foton* dat uitgestraald wordt door de zon ongeveer 5.000.000 maal meer energie bevat dan een foton van een radiozender. Immers we hebben hierboven gezien dat de energie inhoud van groen licht (maar ook van een LED of een LASER) ongeveer $300 \times 10^{-21} \text{ [J]}$ bevat en doen we dezelfde berekening voor een radiozender die uitzendt op 100 Mhz dan zien we dat $E_{\text{radio}} = 6.63 \times 10^{-34} \text{ [J.s]} \times 100 \times 10^6 \text{ [s}^{-1}] = 663 \times 10^{-28} \text{ [J]}$ en delen de beide cijfers met elkaar dan zien we dat het licht foton ongeveer 5.000.000 keren meer energie bevat.

Dit enorm verschil in energie per foton heeft voor gevolg dat een licht foton die bv. Op een fotogevoelige plaat valt, een elektron kan losmaken uit het rooster van bv. fotopapier of een koperen plaat (of ander semi-geleidend materiaal zoals een fotocel). Maar fotonen van een radiozender kunnen dat niet, bijlange niet !! al mogen ze met *nog* miljoenen meer er aankomen.

Wat is dan radiostraling, al lijkt het geweldig goed op een straling van een LASER, maar dat geen enkele elektron in een ontvangstantenne kan losmaken, *laat staan in beweging brengen?*

1.5 Verschil tussen eigenfrequentie van een antenne en van een element

Wanneer we spreken van het uitzenden van licht dan spreken we over een frequentie die eigen gebonden is aan de moleculaire structuur van een element en hierdoor kunnen we met *het onderzoeken van de spectraal* lijnen in het licht bepalen welke elementen de straling veroorzaken. Met radiogolven spreken we over frequenties die ontstaan door de VRIJE elektronen die zich in een antenne verplaatsen. Deze opgewekte frequentie heeft dus niets te maken met de gebonden elektronen rondom de protonen en die door de een of andere grote energie toevoer in een hogere schil rond de kern zouden beginnen te draaien en bij terugval een foton uitzenden. En dus ook niets te maken met het materiaal van de antenne. Alleen dat het antenne materiaal VRIJE elektronen moet hebben.

Men moet deze VRIJE elektronen beschouwen als een gas, waarin elektronen die zich vrijelijk *kunnen bewegen in een caviteit*, een holte, een dunne buis waarvan de lengte gelijk is aan een even veelvoud of even veelvoud van de golflengte (λ). Daarom spreken we van het uitzenden van fotonen door een $\lambda/2$ of $\lambda/4$ antenne. De fotonen zullen dus de karakteristieke eigenschap (frequentie) van de antenne uitzenden en niet van het koper of aluminium materiaal waaruit de antenne gemaakt is.

1.6 Straling van fotonen in een antenne

Telkenmale dat aan een elektron energie wordt toegevoegd, op welke manier heeft ten slotte geen belang, zal het VRIJE elektron deze energie gedeeltelijk absorberen en daardoor bijvoorbeeld een hogere snelheid verkrijgen. Eens die snelheid behaald zal het elektron geen energie meer nodig hebben, maar gedurende deze versnelling zendt het ook de gekregen energie uit onder de vorm van een foton.

Een foton in een zender wordt uitgezonden wanneer de **vrije elektronen** die zich in een antenne-draad bevinden, door **verandering in snelheid** veroorzaakt door de wisselspanning aangelegd aan de voet van de antenne. Hierdoor gaan de elektronen zich in een bepaalde richting naar de top van de antenne bewegen en daarna terug naar de bodem van de antenne. Vermits beweging van elektronen gelijk is aan stroomverandering zal er dus in *fase* stroom (i) en spanning (v) ontstaan verscheidene keren per seconde $v \times i = w$ (energie/sec) aan de elektronen worden toegevoegd.

(Noteer dat een goed afgestemde antenne zich als een Ohmse weerstand gedraagt. Zo heeft een $\lambda/4$ antenne een Ohmse weerstand van 36,5 Ohm)

De verandering in snelheid van de elektronen is veroorzaakt door de toevoeging van deze extra energie, en deze extra energie wordt omgezet in fotonen pakketjes. Met andere woorden, er worden zoveel fotonen

uitgezonden als er bewegingsenergie is toegevoegd ($E = v \cdot i$). Of nog anders gezegd, een zender zendt n aantal fotonen uit per periode als er zendvermogen aan de antenne geleverd wordt.

Een zender van 1 Watt ($[W] = [J/s]$) die uitzendt op 100 Mhz (Studio Brussel bv.) zal gemiddeld een intensiteit (aantal fotonen per vierkante meter) uitzenden van $1[W]/h \cdot v = 1/(6.63 \times 10^{-34} \times 100 \times 10^6) = 0.15 \times 10^{26}$ fotonen/s en vermits de tijd van 1 periode gelijk is aan

$1/v = 1/(100 \times 10^6)$ is het aantal fotonen per vierkante meter gedurende één periode gelijk aan $0.15 \times 10^{26} [fotonen/s] / (100 \times 10^6) = 15 \times 10^{16} [fotonen/m^2/periode]$.

150.000.000.000.000.000 fotonen, een getal om van te duizelen. Dit is de reden waarom men niet graag rekest met fotonen om de energieoverdracht aan te duiden, maar het geeft wel een duidelijk beeld wat er allemaal door de lucht aan fotonen stroomt.

Noteer als de spanning afneemt, ja zelfs negatief wordt, dan zullen er steeds minder vrije elektronen overblijven en zullen er ook geen of veel minder fotonen uitgezonden worden. Noteer dat een negatieve spanning eigenlijk maar een referentie is ten overstaan van een rooster waar er evenveel elektronen in voorkomen als protonen maar eigenlijk zouden we de nul lijn moeten leggen op een spanningsniveau waar er geen vrije elektronen meer aanwezig zijn in het materiaal (de koperen of aluminium draad van de antenne) zoals te zien is in **fig. 1: fotonen dichtheid.**

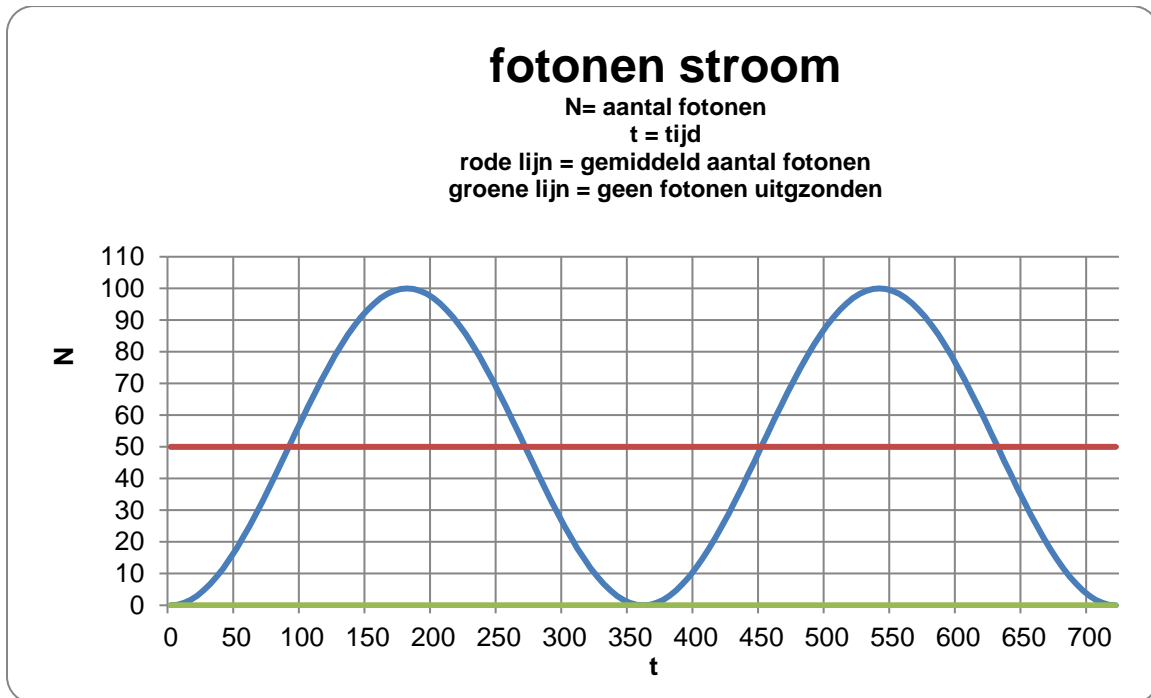


fig. 1: fotonen dichtheid

Als men dit voor ogen houdt dan pas ziet men klaar en duidelijk waarom fotonen, die geen lading hebben, toch de energie overdragen van elektronen die wel lading hebben, maar waarvan de stilstaande protonen geen enkele foton produceren.

De fysische voorstelling van zo een fotonen stroom is voorgesteld in volgende **fig. 2: aanzwellen en verminderen van fotonen.** en lijkt op een aanzwellende en terug afnemende groep bijen.

Nogmaals leg ik er de nadruk op dat een negatieve fotonen stroom niet bestaat. Fotonen hebben geen lading, en daarom is het voor mij echt moeilijk om dit verschijnsel voor te stellen als een positief-negatief gaande Elektrisch veld en daarenboven nog een haaks daarop een positief-negatief gaande Magnetisch veld. Later zullen we zien dat het product van het *Elektrisch veld* met het *magnetisch veld* gelijk is aan *het vermogen per vierkante*

meter. Of in formule vorm: $E \left[\frac{V}{m} \right] \cdot H \left[\frac{A}{m} \right] = [(V \cdot A) / m^2] = P / m^2$ wat juist hetzelfde wil zeggen als de energie die er per seconde door een doorsnede van een vierkante meter voorbijkomt.

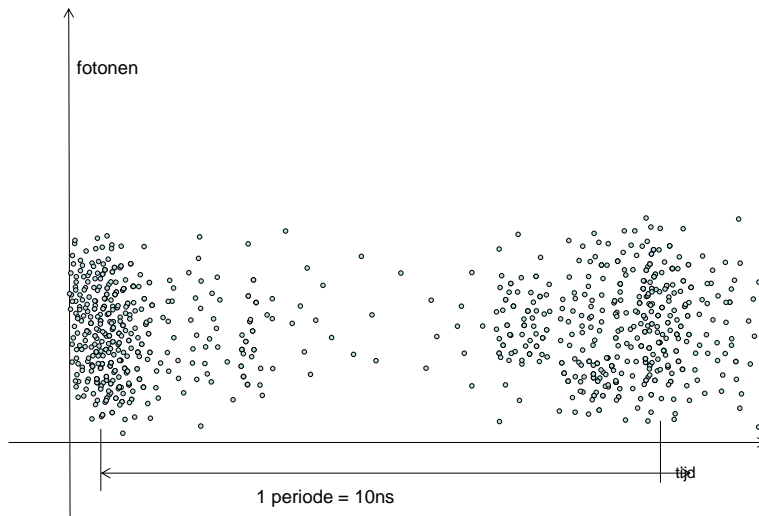


fig. 2: aanzwellen en verminderen van fotonen

1.7 Een antenne straalt maar een koperen plaat niet

Een antenne is een afgestemde kring. Dat betekent dat een antenne een eigenfrequentie heeft, juist zoals een schommel of de slinger van een klok, en dat men eigenlijk maar weinig energie moet toevoegen om de slingering in gang te houden. Bij een schommel en slinger moet men energie toevoegen om de weerstand van het materiaal te compenseren, maar de energie in de slingering (potentiele en kinetische energie) is veel maal groter dan de toegevoegde energie. In een zendmast, hebben we gezien, is het verlies dat moet toegevoegd worden gelijk aan de energie die verloren gaat door het uitzenden van fotonen. Maar de bewegingsenergie van de elektronen is veel maal groter dan het uitgestraald vermogen. De verhouding hiervan noemt men de kwaliteitsfaktor (Q) van het systeem. Dit gebeurt omdat wanneer de spanning wordt opgedreven aan de voet van de zendantenne de elektronen moeten opschuiven (zoals ik in een vorig artikel "Wat is de snelheid van de elektronen stroom in een koperdraad?" heb uitgelegd). Dit gaat ongeveer gelijk aan de snelheid van het licht namelijk 300.000 km/s. Maar aan de top van de antenne kunnen de elektronen niet verder meer bewegen, en van de antenne mast vallen doen ze al evenmin. Er wordt dan een spanning opgebouwd en die veroorzaakt dat de elektronen in de andere richting naar beneden tegen de nog aankomende elektronen gaan botsen. Tegelijkertijd vermindert de spanning aan de voet van de antenne zodat de terugkerende elektronen zelfs versneld naar beneden komen. Als dit op en neer gaan nu precies overeenkomt met het ritme dat de spanning op en neer gaat dan treed er wat men noemt resonantie op. De antenne oscilleert.

En dit is de reden waarom een antenne straalt en een koperplaat die niet de juiste afmetingen heeft bijna niet straalt.

Op gelijkaardige manier kan men voorstellen dat tussen de platen van een condensator er fotonen uitgezonden worden die de toevoer van elektronen op de ene plaat omzetten in een fotonen stroom naar de andere plaat (Wat Maxwell de inductiestroom noemt) maar de condensator platen zijn geen afgestemde kringen.

Men kan dit populistisch vergelijken met een lange rij mensen die staan aan te schuiven voor een gesloten poort. Wanneer van achter aan de rij geduwd wordt schuiven alle mensen op. Dit duurt een tijdje vooraleer de mensen aan de poort de druk beginnen te voelen en samengeperst worden. Deze olopende druk op zijn beurt

veroorzaakt een tegenovergestelde beweging van de rij als ook op dat ogenblik men niet meer duwt maar integendeel trekt aan de rij, dan begint de rij hevig heen en weer te bewegen, maar iedere persoon beweegt maar enkele passen heen en weer. Het zweet dat daardoor ontstaat verdwijnt in de omgeving maar is ontstaan door het extra energieverbruik van de mensen in de rij.

Bij een $\lambda/2$ dipool antenne hebben de elektronen zich juist een paar millimeter naar boven en dan terug naar beneden verplaatst in het ritme van de aangevoerde spanning. Nu is er een eenvoudig formuleetje dat zegt dat $\lambda = c / \nu$ of de golflengte (van een antenne) is gelijk aan de snelheid van het licht gedeeld door de frequentie. Voor een 100 Mhz zender is dus $\lambda / 2 = c / (2 \cdot \nu) = 300.000 [km/s] / (2 \cdot 100 Mhz) = 1,5m$. Een $\lambda/4$ whip antenne is een speciaal geval van $\lambda/2$ dipool antenne en heeft dus een lengte van $1,5 m / 2 = 0,75 m$ en dat is de normale lengte van onze antenne voor de FM-band.

Op enkele kilometers verwijderd van de zendmast ziet men de zender nog maar als een kleine stip. Men kan zich dus voorstellen alsof alle energie ontstaat uit een minuscuul kleine bol die zijn fotonen uitstraalt in alle richtingen. Men noemt zo een theoretische antenne een isotropische (naar alle kanten uitstralende) antenne. Zo een antenne kan men niet maken maar voor de zaken eenvoudig te houden is de voorstelling aannemelijk.

Dit betekent dat de fotonen zich verspreiden als een steeds groter wordende bol en de intensiteit of het aantal fotonen per vierkante meter zal verminderen evenredig met de oppervlakte van de bol. Nu is de oppervlakte van een bol gelijk aan $4 \times \pi \times r^2$ en bijvoorbeeld op een afstand van 1000 m zullen er nog maar $n / (4 \times \pi \times 1000^2)$ fotonen overblijven. Op een zekere afstand waar de ontvangstantenne staat ziet zo een stukje uit die bol praktisch gelijk aan een platvlak.

(Noteer dat $4 \times \pi \times r^2$ ook terug te vinden is in de formule van Coulomb.) Dit is voorgesteld in **fig. 3: verspreiding van fotonen in de ruimte**

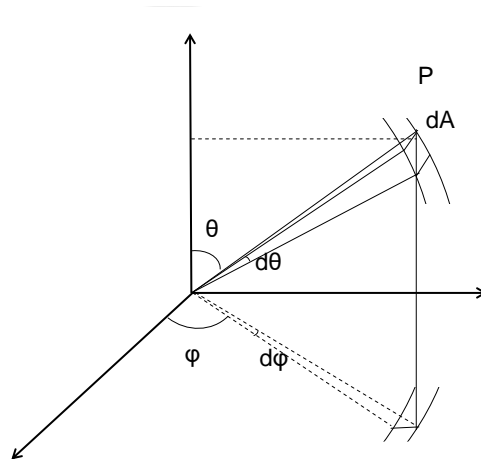


fig. 3: verspreiding van fotonen in de ruimte

1.8 Ontvangst antenne

Een zendantenne of een ontvangantenne is in principe hetzelfde. Met een goede zendantenne kan men evengoed ontvangen. Omgekeerd echter niet, maar dat komt omdat een zendantenne veel maal meer vermogen moet leveren dan een ontvangst antenne nodig heeft. Een dunne draad zal meer weerstand hebben dan een dikke

draad. Maar de stroom door deze weerstand veroorzaakt alleen maar extra warmte, en om dit te vermijden zullen zendmasten steeds uit dikker materiaal bestaan dan ontvangstantennes.

Wanneer nu zo een groep van energiepakketjes in de omgeving van de antenne komt dan zal deze toegevoegde energie de VRIJE elektronen die zich in de antenne bevinden doen schommelen. De elektronen absorberen de fotonen en krijgen hierdoor een extra bewegingsenergie. Vermits deze elektronen in een afgestemde kring bevinden zullen de elektronen zich gaan bewegen op het ritme van de aanstormende fotonen en als deze fotonen aankomen in hetzelfde ritme als de afgestemde kring van de antenne dan gebeurt er precies zoals er gebeurt met een schommel of een slinger. De slingerbeweging van de elektronen gaat steeds groter worden totdat deze afgeremd worden door allerlei wrijvingen die er steeds aanwezig zijn. Deze beweging van elektronen veroorzaakt een kleine stroom en dus op de ingang van een hoogfrequent versterker een kleine spanning die dan sterk kan versterkt worden zodat een voldoende hoge spanning bereikt is om verder behandeld te worden.

Met nadruk zeg ik hier dat de fotonen alleen invloed hebben op de VRIJE elektronen in de ontvangstantenne, en dat is over het algemeen ongeveer 1 *elektron per koperatoom*, of 1 van de 29 *elektronen die een koperatoom bezit*. De andere aan het rooster vasthangende elektronen worden door deze fotonen stroom onaangeroerd gelaten. Maar mispak je niet, het aantal vrije elektronen in een koperdraad per mm^3 is ongeveer $8,5 \times 10^{22}$. Ook weer een getal om van te duizelen.

1.9 Epiloog

Ik heb hier getracht op een vrij coherente manier het meest essentiële te vertellen wat eigenlijk straling voor mij betekent. In heel het verhaal is geen enkel ogenblik gebruik gemaakt van de wetten van Maxwell noch enig gebruik gemaakt van Elektrische en Magnetische velden. Voor mij zijn dat puur mathematische modellen maar die niets vertellen over de natuurlijke fenomenen die zich afspeelen tussen zender en ontvanger.

Maxwell heeft wiskundige formules samengesteld, die tot op vandaag nog steeds schijnen te kloppen, maar hij heeft niets fysisch uitgelegd. Zelfs meer, om het verschijnsel van de schijnbare stroom die door een capaciteit gaat heeft hij de “inductie stroom” uitgevonden. Maar zolang dat stroom gedefinieerd wordt als een beweging van elektronen zegt deze inductiestroom niets, daar er geen enkel elektron zich verplaatst tussen de platen van een condensator.

Coulomb, Oersted, Faraday en al die andere pioniers van het magnetisme wisten niet dat er zo iets als fotonen bestonden en moesten dus een wiskundig model fabriceren dat geleek op een gespannen laken dat heen en weer kon wiebelen. *Maar dat is wiskunde en geen fysica*. Totdat Einstein met de stoute bewering kwam dat energie kan overgedragen worden door energiepakketjes die hij fotonen noemde. Dit was een duidelijke ommekeer in het denken over straling, en toch blijven we op de schoolbanken maar steeds opnieuw aandraven met de proef van de stroomdraad die een kompas doet bewegen of ijzerpoeder in cirkels rond de stroomdraad doet ontstaan zonder hierbij een fatsoenlijke uitleg te geven wat de oorzaak hiervan is.

Al de formules (Wet van Biot en Savart, Wet van Gauss, Wet van Ampère, Wet van Faraday, wetten van Maxwell) kunnen evengoed uitgelegd en wiskundig beschreven worden met de algemene wet van Coulomb zoals in formule (1.1) aangehaald, de relativiteit theorie van Einstein en het *aanvaarden* van het bestaan van fotonen.

1.10 Analogie met bollen in een buis

Een nog betere analogie om te begrijpen wat straling juist voorstelt is weergegeven in een zuiger. Het stelt een buis voor, die op het einde is afgesloten en waarin elastische bollen in zitten, en aan het andere einde van de buis is er een zuiger die heen en weer tegen de bollen wordt aangedrukt.

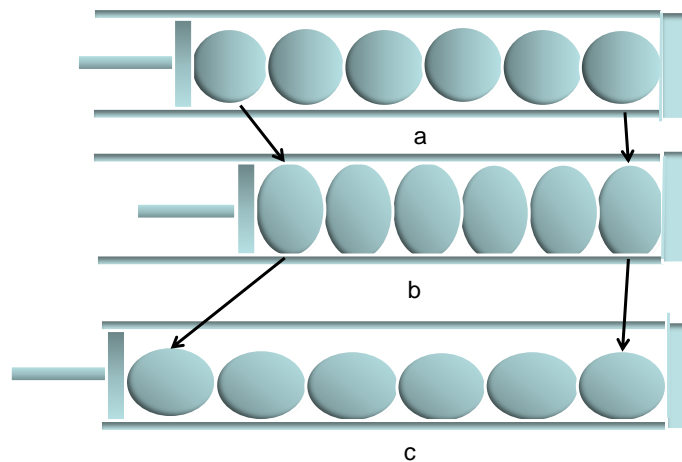


fig. 4: elastische bollen in een buis met zuiger

Noteer zeer duidelijk dat een analogie niet de werkelijkheid voorstelt maar alleen iets aanschouwelijk maakt, op een macroscopische schaal. Deze analogie doet precies **alsof** de elastische bollen elektronen voorstellen en de buis een antenne en de heen en weer bewegende zuiger de wisselspanning aan de voet van de antenne die het nodige vermogen moet ontwikkelen om de zuiger heen en weer te bewegen. Door het indrukken en terug ontspannen van de elastische bollen zullen deze warm worden (alsook de buis) en als dusdanig warmte uitstralen aan de omgeving. Wanneer de zuiger verliesvrij heen en weer kan bewegen alsook de elastische bollen wrijvingsloos heen en weer bewegen dan zal al de energie die er moet geleverd worden gelijk zijn aan de uitgestraalde (warmte)energie. Noteer dat door de elasticiteit van de bollen de zuiger voor een groot gedeelte wordt terug geduwd, en dus een gedeelte van de energie wordt teruggegeven aan de bron. Dit gedeelte is dus energie dat niet in warmte wordt omgezet, en dus niet uitstraalt. (Later zullen we zien dat dit "veld" de bizarre naam van het "Near Field" heeft gekregen terwijl de fotonen die uitgestraald worden in de ruimte het "Far Field" wordt genoemd).

Om de zuiger heen en weer te bewegen ondervindt degene die de zuiger beweegt een zekere weerstand. Dit is analoog met de weerstand van de antenne.

Ook hebben de elastische bollen een zekere eigenfrequentie, dat wil zeggen, als de zuiger wordt ingedrukt, duurt het een tijdje vooraleer de laatste bol in beweging komt en samengedrukt wordt. In deze laatste bol die niet verder kan zal de spanning zich ophopen, en wanneer de zuiger niet verder wordt ingedrukt, zal de spanning in de laatste bol er *voor zorgen dat er een terugwaartse reactie* ontstaat, die de bollen terug in de andere richting duwen. De tijd van een heen en weergaande beweging hangt uitsluitend af van de eigenschappen van de bollen (hun elasticiteit) en de lengte van de buis, maar niet van de kracht dat men aan de zuiger geeft. (Dit is ook analoog met een schommel waarvan de frequentie niet afhangt van de kracht men de schommel heen en weer duwt, maar alleen van de fysieke elementen van de schommel.)

Men zal de zuiger het verste heen en weer kunnen bewegen, en de minste energie moeten gebruiken als men de zuiger beweegt op het ritme van deze eigenfrequentie. Dan zegt men dat de antenne aangepast is aan de zendfrequentie. (Of nauwkeuriger, dat de zendfrequentie aangepast is aan de antenne).

Ook ziet men dat de bollen die het dichtst bij de zuiger staan (in ons voorbeeld) het verste heen en weer kunnen bewegen terwijl de bollen die zich dicht tegen het einde van de buis bevinden minder ver heen en weer kunnen bewegen, en zelfs de laatste bol blijft ter plaatse staan. Vermits bewegen van de bollen analoog is met

beweging van elektronen, wat niets anders is dan een wisselstroom kan men reeds inzien dat (in dit type antenne) de stroom in een antenne het grootst is aan de voet van de antenne en naar nul gaat aan de top van de antenne.

De cruciale vraag die men kan stellen is: "Hoe weten de bollen, die niets weten van de lengte van de buis toch op een eigenfrequentie moeten trillen?"

Voor onze bollen is dit inzicht vrij duidelijk, ze worden immers in één richting geduwd door de bol achter hun totdat de spanning achter hun wegvalt, doordat de druk op de zuiger stopt, en ze worden even later door de tegendruk van de opgehoopte spanning in de laatste bol in de andere richting geduwd. En dit gebeurt op een ritme dat uitsluitend afhangt van het aantal bollen (of de lengte van de buis (de antenne lengte)) en de eigenschap van het materiaal (gummi, plastic, staal)(wat dan in de elektronica de ϵ_r of relatieve permittiviteit wordt genoemd). Men ziet *eigenlijk dat iedere bol* gevangen zit en maar weinig naar links of rechts kan bewegen. Een bol zit als het ware opgesloten in een smalle ruimte "een cavity" en wordt meegesleurd door zijn naaste buren om in een bepaald ritme heen en weer te bewegen. Zoiets dergelijks (pas op, het is een analogie) gebeurt ook met elektronen en wordt het "Bose-Einstein" effect genoemd. De uitgestraalde energie zal (dus) ook een foton uitzenden met die eigenfrequentie. (Dit is een zeer moeilijk begrip, maar is misschien nog het beste te vergelijken met wat er in een MASER of LASER gebeurt, maar hoe het precies functioneert, weet ik ook niet).

Iedereen kent wel die fameuze proef waar een reeks stalen bollen elk opgehangen aan een dunne draad, en door het kort aanstoten van de eerste bol als gevolg heeft dat, na een kort tijdsinterval de laatste bol uitslingert, en terug tegen de bollen aanstoot zodat *na een éézelfde tijdsinterval* de eerste bol begint uit te slingeren, en het proces terug opnieuw begint tot het stelsel stilaan stilvalt. Zoiets ongeveer gebeurt er ook voor een gedeelte in een antenne. Maar dit maakt alleen maar aanschouwelijk hoe een systeem oscilleert maar zegt nog altijd niets waarom het ook iets uitstraalt.

Laten we de analogie nog even verder uitdiepen, en veronderstel dat we een buis maken die eens zo groot is maar waar de zuiger zich bevindt in het midden van de buis zoals voorgesteld in **fig. 5: elastische bollen met zuiger in het midden van de buis**.

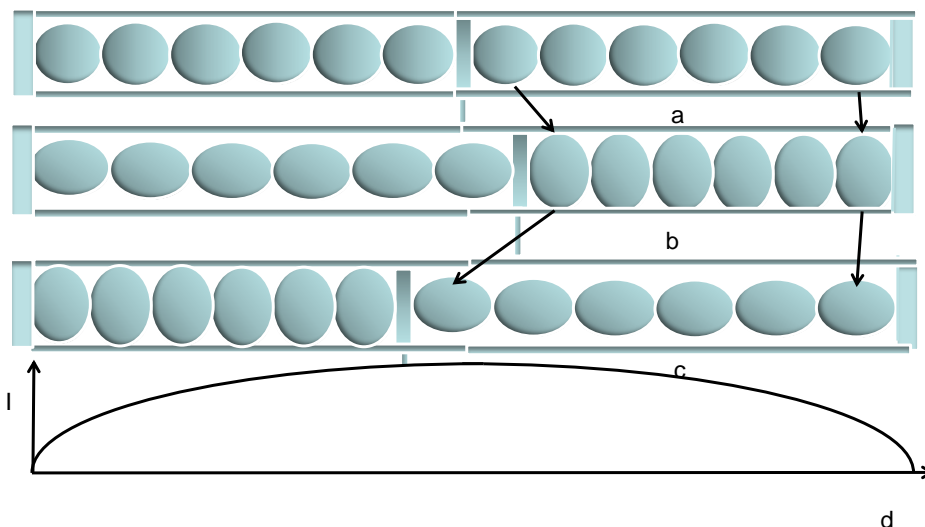


fig. 5: elastische bollen met zuiger in het midden van de buis

Ook hier kan de zuiger heen en weer bewegen en energie toevoegen om de bollen links en rechts te bewegen. Maar de weerstand die nu moet overwonnen worden zal ook eens zo groot zijn. Zo ook zal de weerstand van een

dipool antenne eens zo groot zijn dan die van een monopool of whip antenne. Maar de warmte straling (of uitgestraalde energie) zal ook eens zo groot zijn.

De twee figuren tot hiertoe uitgelegd zijn eigenlijk de voorstelling van een $\lambda/4$ monopool en $\lambda/2$ dipool antenne. Hierin stelt λ de golflengte voor van een antenne, en deze is voor een goed geleidend materiaal als koper of aluminium ongeveer gelijk aan c/f , hierin is $c = 300.000\text{km/s}$ de snelheid van het licht en $f = \text{frekwentie}$

Ook heb ik in deze figuur een grafiek bijgevoegd die de maximale amplitude van de stroomverdeling (I) in functie van de lengte van de antenne (d) laat zien. Voor een monopool is dit precies hetzelfde maar dan alleen de helft van deze grafiek.

Later zullen we ook andere types antennes bespreken (bv. $\lambda/8$ antenne waar de stroomverdeling iets anders is).

Deze analogie is in feite niets meer dan een wensdroom, een geloof van wetenschappers die hopen dat wat op macroscopisch gebied gebeurt ook op **gelijkaardige wijze** gebeurt op het allerkleinste niveau, zoals de zon en de planeten en het proton en de elektronen.

Het is slechts een kapstok, een houvast om het onzichtbare aanschouwelijk voor te stellen. De abstracte begrippen beter te doen inzien, maar het bezit geen enkele bewijskracht. Het is slechts een *opmerkzaamheid, zoals ijzervijlsel* rond een stroomvoerende draad iets moet zeggen wat magnetisme is, maar eigenlijk niets vertelt wat magnetisme werkelijk is.

De rest van dit document zal er in bestaan om aan te tonen dat op het niveau van elektronen en fotonen kan "bewezen" worden dat ook deze elementen zich aan gelijkaardige wetmatigheden houden.

Vele documenten over antenne theorie gaan er prat op dat zij het kunnen uitleggen zonder één enkele formule te gebruiken, maar vele elektronica enthousiasten hebben weinig boodschap aan zo een te ver doorgedreven popularisatie. Andere boeken echter beginnen vanaf de eerste bladzijde met de wetten van Maxwell in vier dimensies, en ingewikkelde Laplace en Fourier transformaties, en veronderstellen dat hun lezers allemaal minstens enkele jaren universitaire studies in wiskunde, fysica of natuurkunde achter de rug hebben.

Dit document probeert de leemte tussen deze twee uitersten op te vullen en gaat er vanuit dat men ASO of TSO studies gevolgd heeft, en enig begrip heeft van wiskunde en natuurkunde.

Maar het is *de bedoeling* dat dit document kan gelezen worden zonder dat men zijn schoolboeken terug moet opzoeken. Waar het nodig is heb ik er een blok tussengevoegd met "Wat ik op school (zou moeten) geleerd (hebben)"

Alle formules heb ik helemaal stap voor stap uitgewerkt, zodat iedereen kan volgen hoe ik aan een bepaalde formule kom. Voornamelijk voor het uitwerken van integralen is het toch wel aangewezen dat deze stap voor stap uitgelegd worden. Zelfs ben ik te veel keren gefrustreerd geraakt en een boek dichtgeklapt omdat ik er niet uitgeraakte hoe zij aan een bepaalde formule kwamen, of nog erger, zij gewoon de formule neerkwaken zonder enige uitleg hoe men tot deze formule geraakt is.

Dit document is slechts een inleiding tot de soms zeer ingewikkelde theorie over antennes. Maar ik hoop dat al wie dit document doorgeworsteld heeft en zich meer wil verdiepen in meer ingewikkelde antennes, met deze voorstudie ook die moeilijke documenten en boeken aankan.

Zonder de nodige inspanningen en doorzettingsvermogen is zelfs dit document niet te volgen. Er wordt van de lezer een grote nieuwsgierigheid verwacht, die slechts beloond wordt nadat er enkele harde noten gekraakt zijn.

Maar vooraleer aan de antenne te beginnen is het noodzakelijk dat we een goed en grondig begrip hebben van de elementen die deel uitmaken van een antenne, namelijk wat is eigenlijk een weerstand, een capaciteit en een inductantie (van een stuk draad). En voornamelijk de relatie begrijpen van de verschillende dimensies. Weinig mensen zijn goed op de hoogte van het verband dat er bestaat tussen de dimensies *als Newton, Joule, Watt en Volt, Ampère, Coulomb, Farad, Ohm of Henry*, om maar te zwijgen van de dimensies van natuurconstanten zoals μ of ϵ die veelvuldig in formules over antennes te voorschijn komen.

Daarenboven vind ik dat men veel te veel dimensies heeft gecreëerd zoals *Tesla*, *Oersted*, *Weber* enz. die mijns inziens het geheel minder doorzichtig maken in plaats van te verduidelijken, wat toch de bedoeling zou moeten zijn.

En toch zal ook ik hierop hier en daar afwijken om het rekenwerk te vergemakkelijken. Zo bestaat er een verband tussen E (Elektrostatisch veld [V/m]) en P (Vermogen) [W/m^2] = [$V^2/\Omega m^2$] en vermogen en weerstand is iets wat we goed begrijpen, maar dan moet men steeds met kwadraten werken wat de formules wel wat ingewikkelder maken.

Zij die niet geïnteresseerd zijn in de overgang van fysica naar elektronica of deze materie goed onder de knie hebben kunnen gerust de hoofdstukken over RLC overslaan zonder iets te missen voor het begrijpen van de rest van het document, dat zich voornamelijk tot doel heeft uit te leggen wat straling van draadantennes eigenlijk inhoud, en probeert de nodige formules op te stellen om deze eenvoudige antennes te berekenen zodat men kan berekenen hoever men met een zeker zendvermogen een bepaalde afstand kan bereiken naar een ontvangst antenne die nog een signaal kan ontvangen met een gevoeligheid uitgedrukt in een aantal (micro)watt.

2 DEFINIEREN VAN R, C EN L

2.1 Van fysica naar elektronica

In de fysica onderzoekt men de eigenschappen van een element (Weerstand, capaciteit of inductie) vanuit het oogpunt van de natuurwetten, zoals lading en aantrekkingskracht van elektronen en protonen. Deze relatie van de elementen worden uitgedrukt in eenheden zoals kracht, arbeid, vermogen maar ook lading, spanning en stroom enz...

Maar zoals de natuur een samenloop van waterlopen met watervallen, pijpen, vaten en waterrad een netwerk vormen, zo ook zal in de elektronica een elektrisch circuit bestaande uit weerstanden, capaciteiten, spoelen en verbindingen, die doorlopen worden door stromen of waarover spanningen staan, ook een netwerk vormen.

Een netwerk bestaat uit elementen die met elkaar verbonden worden in knooppunten. (Bijna) ieder element heeft slechts één ingang aan een knooppunt en één uitgang aan een ander knooppunt, en ieder element is alleen gedefinieerd door de *spanningsval* over het element en de *stroom* door het element (gedurende een bepaalde *tijd*). Zoals te zien is in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.**

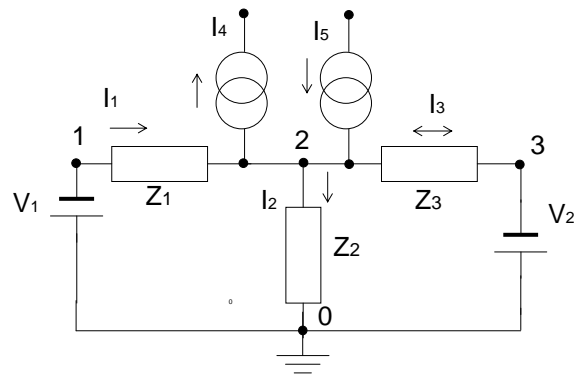


fig. 6: netwerk met knooppunten

Sommige elementen hebben echter meer knooppunten.

Een elektronische schakelaar bijvoorbeeld heeft drie knooppunten, namelijk één in- en één uitgang over de schakelaar en één sturingang die bepaald of de schakelaar dan wel open of gesloten is.

In de elektronica zoekt men naar wetmatigheden (formules) die voldoen aan die drie parameters, namelijk een *stroom* door het element, de *spanning* over het element en dit in functie van de *tijd*.

Het is niet altijd eenvoudig om van de fysica te komen tot formules die maar alleen afhankelijk zijn van *stroom*, *spanning* en *tijd*. Overal zit er bijvoorbeeld ook de temperatuur afhankelijkheid in. Men weet immers dat elektronen sneller bewegen als de temperatuur stijgt. We zullen aannemen dat gedurende het proces, dat we onderzoeken, de temperatuur niet verandert.

Buiten **weerstand (R)**, **capaciteit (C)** en **inductantie (L)** is er ook nog de **geleiding (G)** door de koperdraad of bedrukte koperen bedrading, die de verschillende elementen met elkaar verbinden. Geleiding is in feite niets anders dan het omgekeerde van weerstand of anders uitgedrukt $G = 1/R$ (Als de weerstand zeer klein is dan is de geleiding zeer goed). Als dusdanig kan geleiding en weerstand tegelijkertijd behandeld worden.

In ons schema wordt aangenomen dat de weerstand van de koperdraad-verbindingen gelijk is aan 0 Ohm, of een oneindig goede geleiding, en wordt aldus niet in rekening gebracht. Noteer dat wanneer de frequentie zeer hoog wordt (500Mhz en hoger) wel degelijk een verandering ondergaan en een capaciteit of inductantie waarde erbij krijgen.

Om een elektronisch circuit goed te kunnen begrijpen is het van belang te weten wat eigenlijk **Weerstand (R)**, **Capaciteit (C)** en **Inductantie (L)** is, en hoe we vanuit de fysica komen tot relaties die alleen afhankelijk zijn van *stroom*, *spanning* en *tijd*.

Het is de bedoeling om uit de fysica de volgende netwerk formules te vinden:

$$R = \frac{V}{I}, L = \frac{Vdt}{dI}, C = \int \frac{Idt}{V} \text{ of } C = \int \frac{dQ}{V}$$

2.2 De verschillende dimensies

Het is heel belangrijk dat steeds wordt nagegaan of de dimensies wel kloppen als we een formule neerschrijven. Algemeen wordt tegenwoordig het “kms” (kilogram, meter, seconde) systeem aangenomen. Vroeger was dit het “gms” (gram, meter, seconde) systeem. Maar niettegenstaande dat worden er nog veel andere eenheden gedefinieerd, maar die wel degelijk kunnen teruggebracht worden tot eenheden uitsluitend uitgedrukt in “kgs” eenheden. Alleen lading uitgedrukt in [C] blijft een moeilijk te definiëren begrip te zijn. Noteer dimensies schrijf ik tussen vierkante haken [].

Noteer de verschillende dimensies ; [m] = meter, [s]=seconde, [t] = tijd, [N]=Newton

Kracht (F) wordt uitgedrukt in [N] en $1[N] = 1[kg].1[m]/1[s^2]$

Lading (Q) wordt uitgedrukt in Coulomb [C].

Men spreekt van een lading van 1C als er tussen 2 puntladingen die beiden een gelijke lading bevatten er een afstotende kracht bestaat tussen deze ladingen welke gelijk is aan $9.10^9 [N]$. Dus als deze kracht gemeten wordt is de puntlading gelijk aan 1C.

Stroom $I = Q/t [C/s]$ wordt uitgedrukt in Ampère [A],

Spanning of potentiaal $V [N.m/C]$ wordt uitgedrukt in Volt [V]

Weerstand $R = V/I [V/A]$ wordt uitgedrukt in Ohm [Ω]

Capaciteit $C = Q/V [C/V]$ wordt uitgedrukt in Farad [F]

Inductantie $L = V.t/I [V.s / A]$ wordt uitgedrukt in Henry [H]

Wie dit al kent, of zo aanneemt of niet geïnteresseerd is wat eigenlijk de betekenis is van R, C en L kan, zonder iets te missen, direct verdergaan met **Hoofdstuk 3**

2.3 Lading (Q), Stroom (I) en Spanning (V)

2.3.1 Lading (Q)

Wat lading eigenlijk is, weet niemand. Het is een eigenschap van een elektron waarvan men aanneemt dat het een eigenschap heeft om een proton aan te trekken, of een ander elektron af te stoten.

Wel heeft men (experimenteel) kunnen aantonen dat tussen twee stilstaande ladingen, Q_1 en Q_2 , er een kracht bestaat welke voldoet aan de volgende formule:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon^2} \cdot [N] \quad (2.3.1)$$

Dit is de wet van Coulomb.

Dit is het **dogma** van de elektronica, je neemt het aan voor waarheid en je geloofd erin, zonder dat iemand je kan uitleggen wat het eigenlijk is.

(Noteer dat ook niemand eigenlijk weet wat kracht is. Ook hier heeft men experimenteel vastgesteld dat $F = m.a$, (hierin is $m = massa$ en $a = versnelling$), en ook dat $F = \frac{G.M_1.M_2}{r^2}$. (hierin is $M_x = Massa$ en $G = algemene gravitatie constante$ deze is gelijk aan $G = 6,6726 \times 10^{-11} [Nm^2 / kg^2]$).

(Noteer dat als er in formules natuurconstanten bijgesleurd worden men niet precies weet wat het eigenlijk is !!)

Maar wil men twee magneten uit elkaar houden dan ook heeft men een kracht nodig. Deze kracht heeft niets te maken met massa m noch met versnelling a en toch voelen we dat we een kracht nodig hebben. Dus Newton heeft wel beschreven waaraan een kracht in bepaalde omstandigheden voldoet, een formule opgesteld, maar nergens uitgelegd wat kracht eigenlijk is. Maar alle onderwijzers hebben met volle overtuiging ons volgepropt met definities van kracht, en geen enkele heeft ooit durven bekennen: "Verontschuldig me, klasgenoten, maar ik versta het ook niet". Dit even tussen haakjes).

Men heeft willekeurig een elektron een negatieve lading toegewezen, en een proton een positieve lading. Zelfs hier is geen verklaring voor te vinden.

Lading Q is dan gedefinieerd als het totaal van vrije elektronen in een bepaalde media, (bv stukje koperdraad, of aluminiumplaatje,) elk met een eenheidslading q , de lading van een elektron.(soms ook wel e genoemd). Noteer al direct dat als er ook protonen zijn, die een positieve lading hebben dan zal de totale lading van deze positieve protonen moeten afgetrokken worden van het aantal gebonden elektronen in de koperdraad.

Dus een stukje koperdraad met een doorsnede oppervlakte S en lengte L heeft een volume $S.L$, zoals voorgesteld in **fig. 7: vrije elektronen in een draad** en indien men weet hoeveel **vrije** elektronen n er zijn per eenheidsvolume elk met een lading van een elektron q , dan is de lading van dat stukje koperdraad gedefinieerd als:

$$Q = n.q.S.L \quad (2.3.2)$$

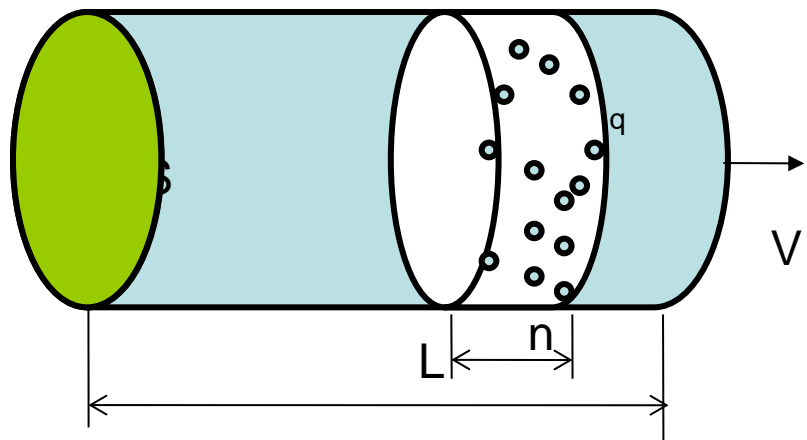


fig. 7: vrije elektronen in een draad

Maar wat betekent dit?

Als men weet dat de lading van één elektron ($e = -1,602 \times 10^{-19} [C]$) dan volgt hieruit dat de elektrische lading van 1 Coulomb overeenkomt met een te weinig elektronen (bij een positieve lading), of een teveel elektronen (bij een negatieve lading) van $\frac{1[C]}{1.602 \times 10^{-19} [C / elektron]} = 6.242 \times 10^{18}$ elektronen of 6.242.000.000.000.000.000 elektronen.

Men kan deze 1 Coulomb eigenlijk beschouwen als een hoop elektronen in een vat (bv. Een batterij) of ook nog het aantal te veel aan **vrije** elektronen die zich bevinden in een stukje koperdraad.

2.3.2 Stroom (I)

Stroom is de beweging van al de elektronen in een bepaalde richting gedurende een bepaald tijdsinterval. Als men bij een bepaalde doorsnede het aantal elektronen n telt die voorbijkomen gedurende een bepaalde tijd t elk met hun lading q dan kent men de stroom I . Met andere woorden

$$I = \frac{Q}{t} \quad \left[\frac{C}{s} \right] = [A] \quad (2.3.3)$$

Hieruit volgt ook dat $Q = I.t$. Dit kan voorgesteld worden als het aantal elektronen die zich in een geleider in de tijd van 1 seconde verplaatsen wanneer deze stroom van elektronen gelijk is aan 1 Ampère.

Dus als ik in een dwarsdoorsnede van een draad de elektronen tel die er gedurende 1 sec. Voorbijgekomen zijn dan weet ik hoeveel lading Q er gepasseerd is.

Hetzelfde kan gezegd worden van een batterij die gedurende 1 uur 0.5 ampère stroom kan leveren, vooraleer ze leeg is, dan heeft die batterij een capaciteit (lading Q) van $3600 \text{ Sec.} \times 0.5 \text{ Amp.} = 1800 [\text{Coulomb.}]$

Als we nu (2.3.2) in (2.3.3) invullen bekomen we dat

$$I = \frac{n.q.S.L}{t} \text{ en vermits } \frac{L}{t} = v_d \text{ wordt}$$

$$I = n.q.S.v_d \quad (2.3.4)$$

hierin is v_d de drift snelheid. Dit is de gemiddelde snelheid dat de elektronen zich verplaatsen in de koperdraad (of in de weerstand) onder invloed van de Spanning over de koperdraad (of de weerstand).

2.3.3 Spanning (V)

Spanning is de potentiële energie van een hoop elektronen in een stukje draad waarover de spanning staat. Dus over een afstand L van de draad.

Vermits energie gedefinieerd is als zijnde de kracht F maal de lengte L of $E = F.L$ dan is analoog aan deze formule Spanning V gedefinieerd als Energie per lading of

$$V = \frac{F.L}{q} \quad \left[\frac{N.m}{C} \right]$$

Er is een grote begripsverwarring wanneer men spreekt over onze energie rekening die we moeten betalen. We betalen de stroom die door de leidingen in ons huis gaan en terug naar de centrale wordt gestuurd (indien de spanning hetzelfde gebleven is). Maar de spanning van het net (240V) welke de potentiële energie is, analoog als een watertoren dat op een zekere hoogte een hoop water bevat, en als dusdanig een zekere potentie bevat om water te leveren, daarvoor moeten we niets betalen.

2.4 Weerstand of Geleidbaarheid in een koperdraad

Wie weerstand biedt, waar het niet nodig is, verbruikt onnodig energie

Het is de bedoeling om aan te tonen dat:

$$R = \frac{2.m}{nq^2.\tau} \cdot \frac{L}{S} \quad (\Omega)$$

Hierin is:

$M = \text{massa elektron}$

$\tau = \text{gemiddelde tijd een vrij elektron heeft in een rooster}$

$n = \text{aantal elektronen}$

$q = \text{lading van een elektron}$

L = lengte van de geleider
 S = doorsnede van de geleider

2.4.1 Wat is een koperdraad, elektrisch bekeken?

In een koperdraad is de binding van de elektronen rond de atoomkern in de buitenste schil, (namelijk de valentieband) niet zeer sterk. Dit is de reden dat al door de omgevingstemperatuur er genoeg elektronen kunnen vrijgemaakt worden die zich vrij gemakkelijk, door de warmte kracht, kunnen bewegen in de een of andere richting in het kopermateriaal. Dit is dus wat men noemt de geleidbaarheid van koper, of misschien anders uitgedrukt de kleine weerstand die koper biedt ten opzichte van het transport van elektronen. Het aantal vrije elektronen/ m^3 is enorm groot en gelijk aan:

$n \approx 8.5 \times 10^{28}$ elektronen/ m^3 . Dit getal komt ongeveer overeen met het aantal koper-moleculen een stuk draad bevat. Of in andere woorden, men mag aannemen dat voor koper er per molecule (één proton + 29 elektronen) er één elektron bij is (het valentie elektron) dat zich kan vrijmaken, zoals voorgesteld in **fig. 8: vrije elektronen in koperdraad**

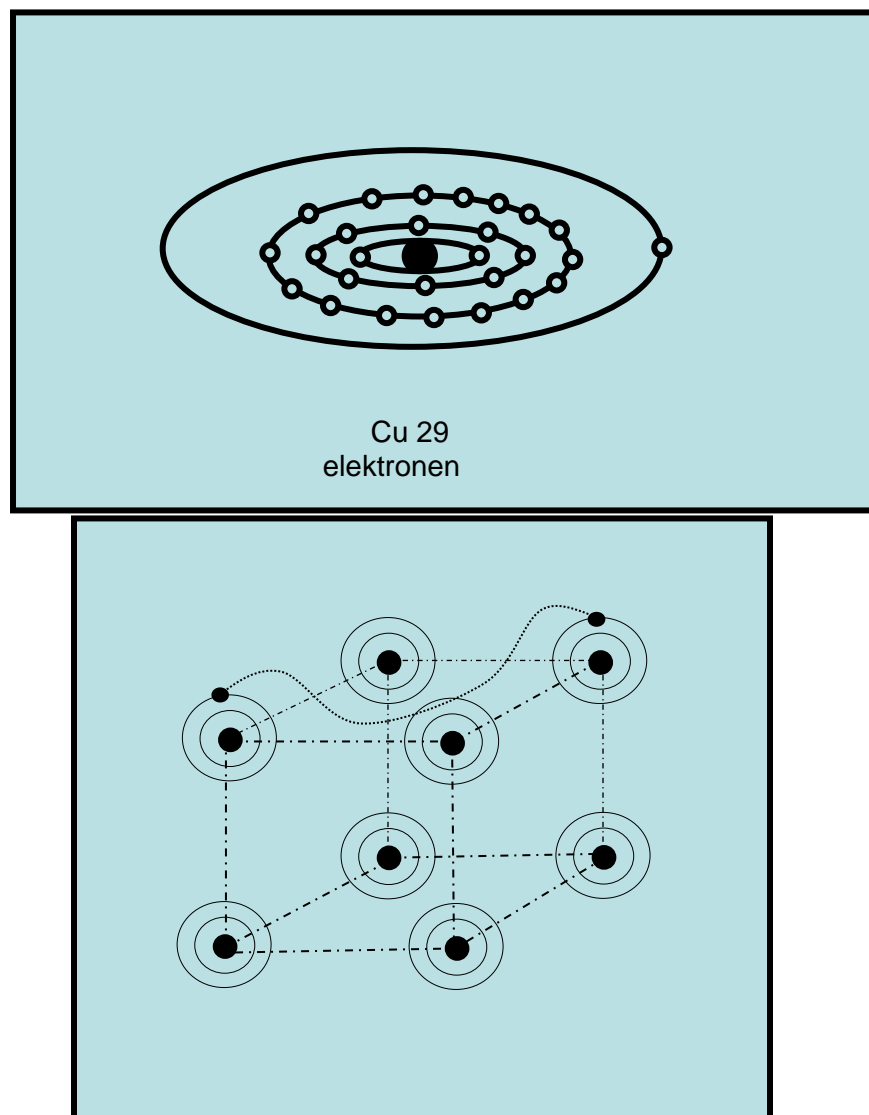


fig. 8: vrije elektronen in koperdraad

Een vrij elektron wordt onmiddellijk aangetrokken door een proton in de geburen dat ook een elektron verloren heeft op zijn buitenste schil. Met een tamelijk grote snelheid en versnelling verplaatst het elektron zich totdat het gevangen wordt in zijn nieuwe omgeving.

Dit gebeurt voortdurend in een kriskras beweging maar totaal beschouwd is er gemiddeld genomen geen elektronen verplaatsing naar boven of naar onder (maar misschien wel van links of naar rechts). De draad gedraagt zich voor de buitenwereld neutraal. Er komen geen elektronen bij of er verdwijnen geen elektronen in het beschouwde stukje draad. Dit is voorgesteld in **fig. 9: kriskras beweging van elektronen in een draad**

Wanneer er echter een spanning aangelegd wordt over de uiteinden van de draad, dan zal onder invloed van deze spanning de elektronen meer de neiging vertonen om zich GEMMIDELD gezien meer naar de positieve kant (waar er een tekort is aan elektronen) te verplaatsen. Deze gemiddelde snelheid is, verbazingwekkend genoeg, niet erg groot. In een draad met doorsnede van 1 mm^2 waarin een stroom vloeit van 1 ampère is deze minder dan 1 mm per seconde!

Noteer dat er wel degelijk een spanningsverschil bestaat over een stuk koperdraad (ook al is deze spanning zeer klein door de grote geleidbaarheid van koper). Vergelijk dit met een grote waterbuis. Zolang er geen waterniveau verschil bestaat tussen de ingang en de uitgang van de waterbuis zal er geen druppel water zich verplaatsen van het ene niveau naar het andere.

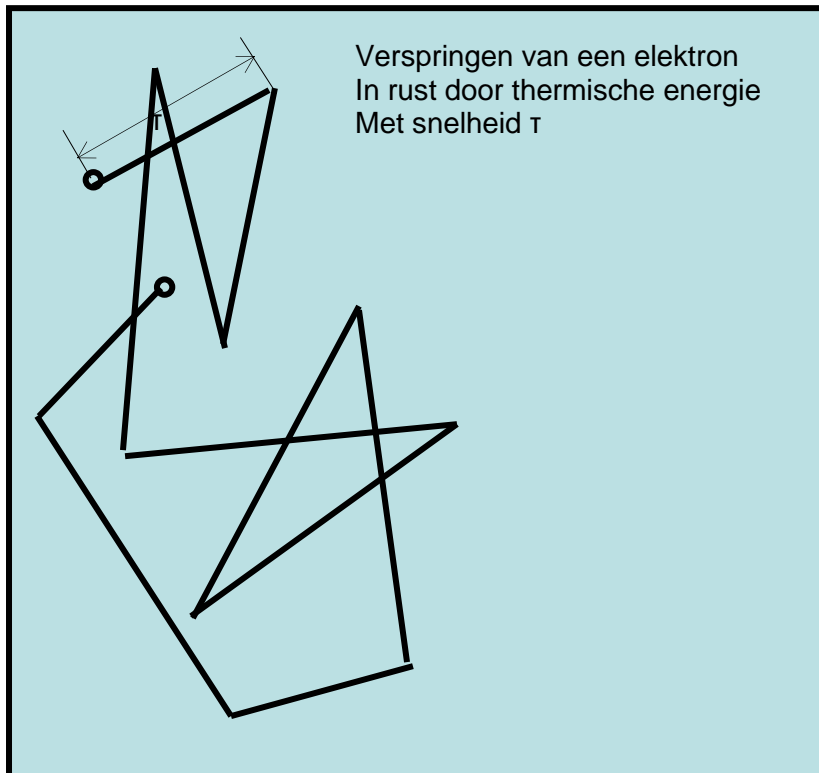


fig. 9: kriskras beweging van elektronen in een draad

2.4.2 Wat is de snelheid van de elektronen stroom in een koperdraad?

Proberen we nu even uit te rekenen wat de snelheid (v_d) is van deze elektronen wanneer we een koperen draad hebben met een doorsnede van 1 mm^2 waarin een stroom vloeit van 1 ampère. Zie hiervoor naar **fig. 10: beweging van elektronen onder spanning**

De afstand (L) dat een elektron aflegt in een bepaalde tijd (t) is gelijk aan:

$$L = v \cdot t \text{ (als men } 10 \text{ km/u fiets gedurende } 2 \text{ u dan is de afstand } 10 \text{ km/u} \times 2 \text{ u} = 20 \text{ km).}$$

Het aantal elektronen in de volume O , welke gelijk is aan $L.S$, is dan $n.L.S$ en met $L = v_d.t$ wordt dit $n.v_d.t.S$, hierin is n het aantal elektronen/volume zoals hierboven gedefinieerd.

De lading van 1 elektron is $q = e$, en deze lading heeft een waarde van:

$$q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Coulomb (Coulomb is de eenheid van lading)}$$

De totale lading (Q) is dan $Q = q.n.v_d.t.S$

Nu is de definitie van stroom niets anders dan de lading / tijdseenheid (Hoeveel elektronen passeren er hier voorbij per sec) of anders uitgedrukt $I = Q/t$ en dus $I = Q/t = q.n.v_d.S$. En dus kunnen we de snelheid bepalen als $v_d = I/q.n.S$

Vullen we de gekende cijfers in dan bekomen we

$$v_d = 1 \text{ Amp} / (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(8.5 \times 10^{28})(1 \times 10^{-6} \text{ m}^2) = 7.440 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

ofwel 0.744 mm / sec, dit is zelfs trager dan een luie slak. Hoe is zoiets te verklaren, als men weet dat een elektron in de vrije ruimte tegen een snelheid van bijna 300.000 km/s raast?

Juist zoals in een watervat waarvan men onderaan de kraan opendraait, zal het ook nog een tijdje duren vooraleer de waterdruppels van boven in het vat naar onder gezakt zijn. Zo ook onder invloed van de spanning over de draad, zullen de elektronen aan het uiteinde van de draad eerst naar de negatieve kant van de Spanningsbron vloeien, en al de elektronen in de draad schuiven op. Vermits er zoveel vrije elektronen aanwezig zijn per mm^3 zal de opschuiving traag verlopen, maar het effect dat er stroom vloeit naar de spanningsbron is (bijna) onmiddellijk zichtbaar.

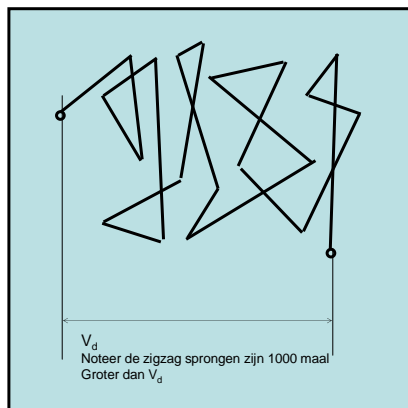


fig. 10: beweging van elektronen onder spanning

2.4.3 Wat is de weerstand van een geleider (bv koperdraad)?

Vrije elektronen in een koperdraad, wanneer er geen spanningsverschil bestaat over de lengte van de draad, en aldus er geen stroom vloeit door de draad, ontstaan door de warmte van de omgeving. Deze vrije elektronen springen in een willekeurige richting van het ene atoom naar een ander, waar ze in botsing komen met andere elektronen en alzo tot stilstand komen of een gedeelte van hun bewegingsenergie afgeven. Maar globaal gezien

blijven de elektronen min of meer in het zelfde stukje draad. Wanneer er echter een spanning V aangelegd wordt over het stukje draad dan zullen de elektronen niet meer in een willekeurige richting met elkaar in contact komen maar wel geneigd zijn in een bepaalde richting (van een lagere spanning naar een hogere spanning) te bewegen onder de invloed van de spanning over de draad.

Men kan dus veronderstellen dat *gemiddeld* genomen een elektron in horizontale richtingen zekere *gemiddelde* afstand van A naar B aflegt (zij deze afstand gelijk aan x), zie **fig. 11: afstand afgelegd onder invloed van een spanning**, in een bepaalde tijd τ maar, en dit is belangrijk, in *diezelfde tijd* (τ) onder invloed van de spanning V zal dit elektron in verticale richting een stukje afstand van B naar C hebben afgelegd (zij deze afstand gelijk aan y).

Wat heb ik op school geleerd?

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a \cdot dt = dv$$

$$\int a \cdot dt = \int dv$$

a = versnelling, v = snelheid, l is afgelegde weg

Als a een constante is dan is

$$a \cdot t = v$$

$$v = \frac{dl}{dt}$$

$$dl = v \cdot dt$$

$$dl = a \cdot t \cdot dt$$

Nu is $\int dl = \int a \cdot t \cdot dt$

$$l = a \cdot \frac{1}{2} \cdot t^2$$

$$\frac{l}{t} = v = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t$$

Zo ook is de kinetische energie af te leiden als volgt

$$F = m.a$$

$$F.dl = m.a.dl$$

$$dE = m.\frac{dv}{dt}.dl$$

$$dE = m.v.dv$$

$$\int dE = m \int v.dv$$

$$E = \frac{1}{2}.m.v^2$$

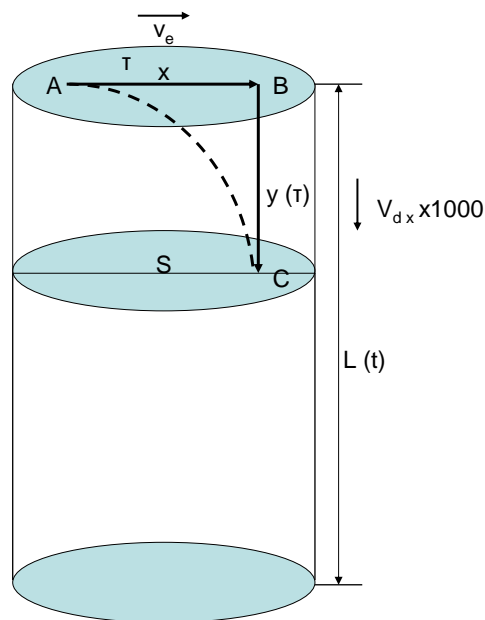


fig. 11: afstand afgelegd onder invloed van een spanning

We weten dat $F = m.a$ (2.4.1) en de definitie van spanning is $V = \frac{F.L}{q}$ hieruit volgt dat $F = \frac{V.q}{L}$ (2.4.2)

Uit (2.4.1) en (2.4.2) volgt dat

$$a = \frac{V.q}{m.L} \quad (2.4.3)$$

Nu is de afstand dat het elektron gemiddeld in horizontale richting aflegt, door de thermische beweging, gelijk aan $x = v_e.t$ maar $v_e = \frac{x}{\tau}$ ofwel $t = \tau$ (2.4.4)

Maar ook $\frac{y}{\tau} = v_d = \frac{1}{2}.a.\tau$ Merk op dat x vele malen (meer dan 1000 maal) groter is dan y . Daarom, voor de duidelijkheid, is de schaal langs de Y-as 1000 maal groter dan deze langs de X-as.

En a uit (3.7.3) ingevuld geeft $v_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{V \cdot q}{m \cdot L} \cdot \tau$

Hieruit halen we dat

$$V = \frac{v_d \cdot 2 \cdot m \cdot L}{q \cdot \tau} \quad (2.4.5)$$

Volgens formule (2.4.3) is $I = n \cdot q \cdot S \cdot v_d$ (2.4.6)

Delen we (2.4.5) door (2.4.6) dan bekommen we:

$$\frac{V}{I} = \frac{2 \cdot m \cdot L \cdot v_d}{n \cdot q \cdot q \cdot S \cdot \tau \cdot v_d}$$

$$\frac{V}{I} = \frac{2 \cdot m \cdot L}{n \cdot q^2 \cdot S \cdot \tau}$$

als

$$R = \frac{2 \cdot m \cdot L}{n \cdot q^2 \cdot S \cdot \tau}$$

dan is

$$\frac{V}{I} = R = \frac{2 \cdot m \cdot L}{n \cdot q^2 \cdot S \cdot \tau} \quad [\Omega]$$

wat me de gewenste relatie oplevert tussen weerstand, spanning en stroom.

De eenheid van Weerstand is Ohm [Ω]

Meestal bepaald men de Weerstand maal doorsnede per meter of $R \cdot S / L = \rho$ en dan wordt

$$\rho = \frac{2 \cdot m}{n \cdot q^2 \cdot \tau}$$

Of ook nog anders geschreven, vermits $x = \frac{v_e}{\tau}$

$$\rho = \frac{2 \cdot m \cdot v_e}{n \cdot q^2 \cdot x}$$

Hierin is nog altijd τ de gemiddelde tijd vooraleer een vrij elektron terug opgeslorpt wordt door een ander proton.

(Noteer dat de gemiddelde snelheid van het elektron gelijk is aan $v_e = \frac{x}{\tau}$, en dus de gemiddelde afstand een vrij elektron in een koperdraad aflegt gelijk is aan $x = v_e \cdot \tau$. In een volgende paragraaf gaan we hiermee verder.

Wat belangrijk is in de formule dat de weerstand recht evenredig is met de lengte (L). Hoe langer de draad hoe meer weerstand. En omgekeerd evenredig is met het aantal vrije elektronen per m^3 (n), ofwel hoe meer vrije elektronen er zijn des te minder weerstand de geleider heeft, en ook omgekeerd evenredig met de doorsnede (S) van de geleider, ofwel hoe dikker de draad des te minder is de weerstand.

τ of beter nog $1/\tau$ is temperatuur afhankelijk, immers als de temperatuur stijgt dan zal de snelheid van de elektronen (v_e) verhogen en dus de tijd vooraleer een elektron weer in een Ander rooster tot stilstand komt verminderen. Hierdoor zal dus de weerstand verhogen.

En voor de rest is het afhankelijk van constante waarden zoals m en q .

Omdat in koper het aantal n zeer groot is komen we tot de conclusie dat de weerstand zeer klein is of anders gezegd, de geleiding zeer goed is.

Het verschil tussen een element met kleine weerstand en een met grote weerstand is dus voornamelijk afhankelijk van n . Een weerstand wordt dus voornamelijk bepaald door het materiaal dat men gebruikt. (bv Koolstof, of andere metaaloxides hebben veel minder vrije elektronen dan koper)

2.4.4 Wat is de werkelijke snelheid van een elektron in een geleider?

Uit de fysica weet men dat de energie die nodig is om een elektron uit zijn rooster te onttrekken gelijk is aan 7.04 eV. Dat is dus ook de energie dat het elektron meegegeven krijgt bij zijn aanvang als vrij elektron in het rooster.

Nu is (zie wat heb ik op school geleerd) $E = \frac{1}{2} .m.v^2$ Hieruit volgt dat $v = \sqrt{\frac{2.E}{m}}$

Wanneer men weet dat 1 eV = 1.6×10^{-19} [J] en de massa van een elektron $m = 9.11 \times 10^{-31}$ [kg] dan wordt

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \times 7.04 \times 1.6 \times 10^{-19} J}{9.11 \times 10^{-31} kg}} = 1.57 \times 10^6 m/s \text{ of } 1570 \text{ [km/s].}$$

En dit is dan toch wel een behoorlijke snelheid.

2.4.5 En wat is de gemiddelde lengte dat een elektron aflegt?

Uit de formule $\rho = \frac{2.m.v_e}{n.q^2 \dots x}$ halen we dat $x = \frac{2.m.v_e}{n.q^2 .\rho}$

Wanneer men weet dat de weerstand per meter in koper gelijk is aan 1.72×10^{-8} Ohm dan is de afstand x van een vrij elektron gemiddeld genomen gelijk aan

$$x = \frac{2 \times (9.11 \times 10^{-31} kg)(1.57 \times 10^6 m/s)}{(8.48 \times 10^{28} e/m^3)(1.6 \times 10^{-19} C/e)(1.78 \times 10^{-8} \Omega)} = 76.6 nm$$

Wanneer men weet dat de ionen in een koperrooster op $0.26 nm$ van elkaar staan dan passeert gemiddeld genomen een elektron $766/0.26 = 295$ ionen vooraleer terug opgenomen te worden bij een ander proton.

2.5 Wat is een Capaciteit of een condensator?

Mensen met veel capaciteiten kunnen veel energie leveren

Het is de bedoeling om aan te tonen dat

$$C = \frac{A \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{d}$$

Hierin is

A oppervlakte van een schijf of plaat

d is de afstand tussen de platen

$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ een dielectrische constante die voor lucht gelijk is aan $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} (F/m)$

Wat heb ik op school geleerd?

De oppervlakte van een bol kan men als volgt vinden. Zie **fig. 12: bereken oppervlakte van een bol**

Zoekt men eerst de oppervlakte van een schil, deze is $ds \cdot 2 \cdot \pi \cdot L$

Nu weten we dat $ds = R \cdot d\theta$ uit de figuur zien we ook dat $L = R \cdot \sin \theta$

Integreren we deze schil met θ van 0 tot 2π dan bekommen we de oppervlakte van de bol

$$Opp = \int_0^\pi 2 \cdot \pi \cdot R \sin \theta \cdot R \cdot d\theta = 2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot (1 - (-1)) = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

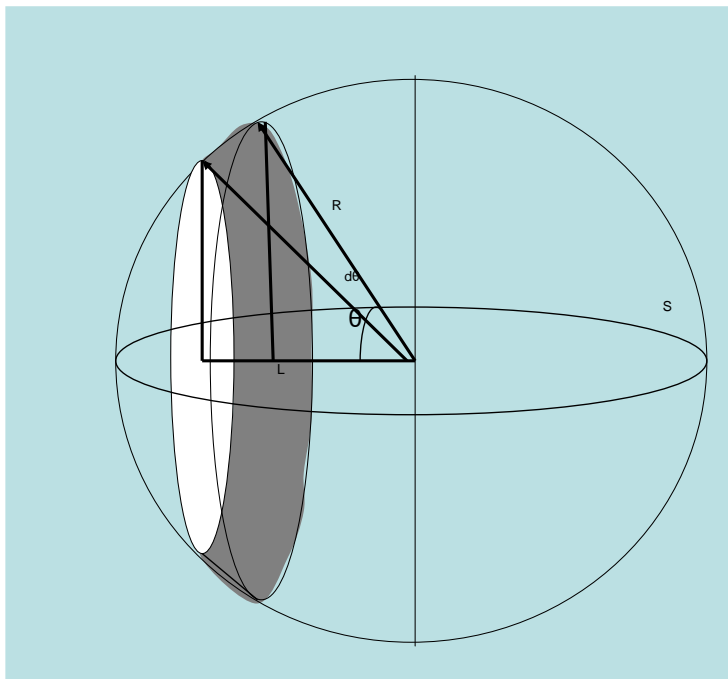
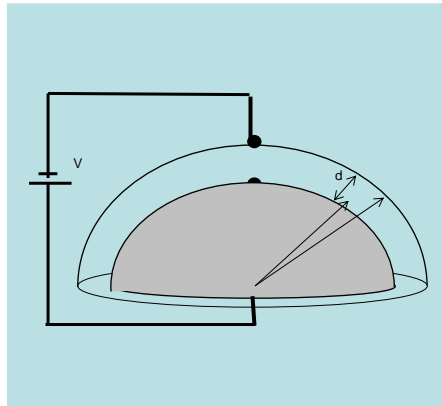


fig. 12: bereken oppervlakte van een bol

Uit de wet van Coulomb $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon.r^2}$ halen we $\frac{F.dr}{q} = \frac{Q.dr}{4\pi\epsilon.r^2}$ ofwel $dV = \frac{Q.dr}{4\pi\epsilon.r^2}$



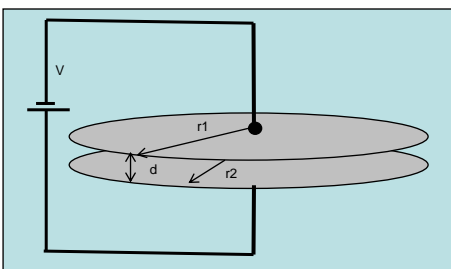


fig. 13: halve boloppervlakte platgeslagen

Noteer dat $4\pi \cdot r^2$ gelijk is aan de oppervlakte van een bol. Het is dus op te vatten dat al de lading Q die geconcentreerd was als een puntlading in het centrum van de bol, op een afstand r zijn lading verspreidt over de boloppervlakte met straal gelijk aan r . Het is evident dat de oppervlakte van een halve bol dus gelijk is aan $2\pi \cdot r^2$.

Als ik nu de spanning wil bepalen tussen een halve bol met straal r_1 en één met straal r_2 dan kan ik dit doen door de integraal te nemen tussen de grenzen r_1 en r_2 . Zie **fig. 13: halve boloppervlakte platgeslagen**

$$\text{Ofwel } \int_{r_1}^{r_2} dV = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q \cdot dr}{2\pi \epsilon r^2} = \frac{Q}{2\pi \epsilon} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

$$\text{Dus } V = \frac{Q}{2\pi \epsilon} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2} \right) \text{ als } r_2 - r_1 = d \text{ en als we er voor zorgen dat } r \gg d \text{ dan wordt}$$

$$V = \frac{Q}{2\pi \epsilon} \left(\frac{d}{r^2} \right)$$

$$\text{Ofwel } \frac{Q}{V} = \frac{2\pi \cdot r^2 \cdot \epsilon}{d}$$

Men kan eenvoudig inzien dat als men de twee halve bollen zou plat drukken dan zal zonder een grote fout te maken zoals te zien is in **fig. 13: halve boloppervlakte platgeslagen**

$$\frac{Q}{V} = \frac{2\pi \cdot r^2 \cdot \epsilon}{d} = \frac{A \cdot \epsilon}{d} \text{ Hierin is } A \text{ de oppervlakte van het platgedrukte boloppervlak.}$$

Noteer wel dat de platen dicht bij elkaar moeten staan opdat de formule geldig blijft.

Als er een ander materiaal dan lucht tussen de platen zou zitten dan wordt

$\frac{Q}{V} = \frac{A \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{d}$ en vermits $Q = I \cdot t$ kan ik ook schrijven $\frac{I \cdot t}{V} = \frac{A \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{d}$ of in integraal vorm $\int \frac{I \cdot dt}{V} = \frac{A \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{d}$ en als

$$C = \frac{A \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{d}$$

dan volgt

$$C = \int \frac{I \cdot dt}{V} \text{ ofwel } C = \int \frac{dQ}{V} \quad \left[\frac{C}{V} \right]$$

wat de gewenste relatie oplevert, namelijk de relatie tussen Capaciteit, stroom, spanning en tijd.

De eenheid van Capaciteit is de Farad [F].

Voor een vlakke condensator is de capaciteit dus recht evenredig met de oppervlakte van de platen waarover de spanning staat en omgekeerd evenredig met de afstand die de platen van elkaar scheidt. Ze is ook nog afhankelijk van het soort materiaal dat er tussen de platen zit (ϵ_r) en een constante factor (ϵ_0).

2.6 Wat is een Inductantie of een Spoel?

Wie beweegt wordt korter, leeft langer en levert daarenboven meer energie

Het is de bedoeling om aan te tonen dat

$$L = \frac{\mu \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot d} \text{ ofwel}$$

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{d}$$

Hierin is N het aantal windingen, L de totale lengte van de draad, en $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ een constante welke afhankelijk is van het materiaal waarom de draad gewonden is.

Magnetisme uit leggen is niet zo gemakkelijk. Dit is een heel ander verhaal dan wat we hiervoor hebben gezien. Zoals niemand weet wat eigenlijk kracht en lading is, maar wat men toch enigszins kan aanvoelen, zo is magnetisme ook een van die eigenaardige zaken, maar magnetisme is wel te verklaren.

Maar magnetisme is alleen maar te verklaren met de relativiteit theorie van Einstein. Het is dus een verschijnsel dat waargenomen wordt als er iets met een zekere snelheid beweegt ten overstaan van een ander (stilstaand referentie) element.

En wat beweegt zijn de elektronen in een geleider ten opzichte van de protonen die vast blijven staan in het rooster van de koperdraad.

Nu weten we dat in ons normaal leven de relativiteit theorie weinig invloed uitoefent, temeer omdat men enig verschil eerst begint te ontwaren wanneer men spreekt over snelheden dicht bij de snelheid van het licht. ($c = 300.000 \text{ km / s}$). Deze fameuze factor die het verschil laat zien tussen de normale beweging formules van Newton en de gecorrigeerde formule van Einstein is bijvoorbeeld voor de waargenomen lengte van een draad in beweging (L_b) tegenover die zelfde draad in stilstand (L_0) gelijk aan:

$$L_b = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \text{ ofwel en het verschil in lengte bedraagt}$$

$$\Delta L = L_0 \frac{v^2}{c^2}$$

en vult men in deze formule $v = 1 \text{ mm/s}$ en $c = 300.000 \text{ km/s}$ in dan zal L_b verkort zijn met een lengte van

$$\Delta L = 1m \frac{0.001^2 m^2}{(3 \cdot 10^8)^2 m^2}$$

$$\Delta L = \frac{1}{3} \times 10^{-12} m$$

ofwel

$$\Delta L = \frac{1}{3} \times 10^{-9} mm$$

Maar je moet een genie als Einstein zijn om in te zien omdat er per mm^3 er ook enorm veel elektronen zijn namelijk ongeveer 9×10^{22} er daardoor toch een behoorlijk aantal elektronen op overschot zijn, die op hun beurt een aantrekkingskracht uitoefenen op een naburige draad.

Veronderstellen we een draaddikte van 1 mm^2 dan zijn er over een draadlengte van 1 mm ongeveer 9×10^{22} elektronen, en dus het aantal elektronen in dit stukje ΔL is dan

$$\Delta L \times 9 \times 10^{22} / mm = \frac{1}{3} \times 10^{-9} \times 9 \times 10^{22} = 3 \times 10^{13} \text{ elektronen}$$

wat een behoorlijk getal is en een aanzienlijke kracht kan uitoefenen.

Maar vooraleer we verder gaan, gaan we eerst trachten te bewijzen waarom $\Delta L = L_0 \frac{v^2}{c^2}$.

Hiervoor moeten we beroep doen op de relativiteit theorie van Einstein.

2.6.1 Wat heb ik op school geleerd?

De Lorentz transformatie (volgens Natuurkunde voor het THO door Ir.B van Buuren & J.A. de Jong)

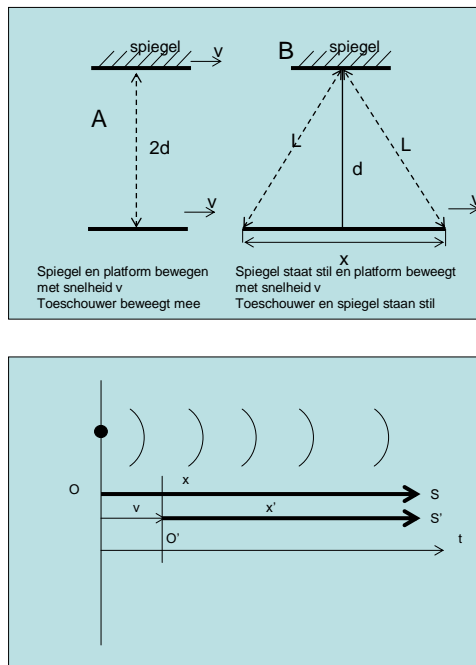


fig. 14: voorstelling van relatieve beweging

Stel dat men een lichtstraal uitzendt vanaf punt x_1 op tijdstip t_1 en men op een afstand x_2 de tijd t_2 meet op het ogenblik dat de lichtstraal daar voorbij komt zoals te zien is in **fig. 14: voorstelling van relatieve beweging**. Vermits de snelheid van het licht gelijk is aan $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ is $c = \Delta L / \Delta t$ of meer specifiek

$$t_2 - t_1 = (x_2 - x_1) / c$$

Wanneer de afstand ΔL zich op zijn beurt met een snelheid v voortbeweegt is volgens de klassieke methode $\Delta t = \Delta L / (c - v)$. Maar volgens Einstein kan dat niet omdat er niets sneller kan gaan dan de snelheid c en blijft $\Delta t = \Delta L / c$. Er is dus een discrepantie tussen de klassieke manier van Newton en het denken volgens Einstein.

Dit is het *dogma* van de relativiteit.

Je aanvaardt het als een geloofsovertuiging. Je gelooft erin en zolang er geen bewijs bestaat dat dit *dogma* tegensprekt kunnen we erin blijven geloven. Maar verstaan, begrijpen waarom dit zo is weten we niet. Geleerden als Maxwell en Einstein en nog vele anderen die experimenten hebben uitgeoefend kwamen tot de *conclusie* dat er niets sneller gaat dan het licht. Maar begrijpen doen ze niet. Niemand begrijpt dit! (Maar geen enkele leraar in heel mijn opleiding op het college of in de hogeschool heeft ooit durven zeggen dat *hij* het niet begreep!!!!)

Laten we de probleemstelling eens schetsen wat relativiteit eigenlijk is, zoals getekend in **fig. 15: een lichtstraal op een rijdend platform**

Wanneer een jongen op een rijdend platform een bal loodrecht naar boven gooit tot een hoogte d en terug opvangt, dan zal volgens die jongen de bal een afstand hebben afgelegd van $2d$. Maar volgens een toeschouwer langs de weg die dus stilstaat ten opzichte van het voorbijrijdend platform ziet deze dat de bal een parabolische curve heeft gemaakt met als hoogste punt van deze curve het zelfde punt d . Maar een curve is steeds groter dan een rechte lijn, er is dus een relatief verschil tussen wat de jongen op het platform ziet en de toeschouwer langs de weg. Dit is volledig verklaarbaar met onze gekende wetten van Newton en translatie verschuivingen in een assenstelsel x, y volgens de x richting.

Maar veronderstel dat we hetzelfde experiment uitvoeren maar nu met een lichtstraal.

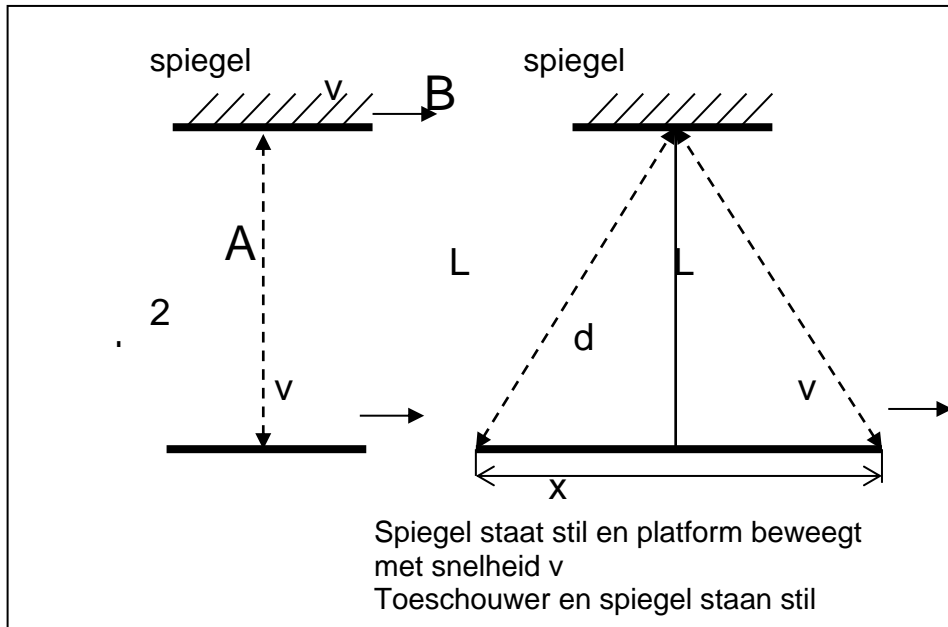


fig. 15: een lichtstraal op een rijdend platform

De jongen op het platform die zich voortbeweegt met een snelheid v schiet een lichtstraal recht naar boven tegen een spiegel op een hoogte d en meet de tijd t' die nodig is voor de lichtstraal om heen en weer te komen. Vermits $v = L/t$ en we hier aannemen dat $v = c$ de snelheid van het licht, en $L = 2d$ kunnen we dus schrijven dat $c = 2d/t'$ ofwel

$t' = 2d/c$ of iets anders geschreven

$$t' = \frac{2}{c} \sqrt{d^2} \quad (2.6.1)$$

Maar voor de toeschouwer blijkt dat de straal een afstand x verder is terechtgekomen en heeft in tussentijd een afstand $2L$ afgelegd. Gedurende de tijd t die de toeschouwer heeft gemeten.

Nu is volgens de stelling van Pythagoras $L^2 = (x/2)^2 + d^2$ of ook

$$2L = \frac{2}{c} \sqrt{d^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

en vermits hier ook $c = 2L/t$ ofwel $c \cdot t = 2L$ volgt dat

$$t = 2 \sqrt{d^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} \quad (2.6.2)$$

Delen we (2) / (1) dan bekommen we

$$\frac{t}{t'} = \frac{\frac{2}{c} \left(\sqrt{d^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} \right)}{\frac{2}{c} \sqrt{d^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{x}{2d}\right)^2}$$

Maar vermits $x = v \cdot t$ en $2d = c \cdot t'$ volgt dat

$$\frac{t^2}{t'^2} = 1 + \left(\frac{vt'}{ct'}\right)^2$$

ofwel

$$\frac{t^2}{t'^2} - \left(\frac{vt'}{ct'}\right)^2 = 1$$

en na wat vereenvoudiging

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.6.3)$$

We kunnen dit tijdsverschil ook toepassen op een afstand immers als

$$\frac{L}{v} = \frac{\frac{L'}{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

algemeen $t = L/v$ en v is constant dan zal

$$L = \frac{L'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.6.4)$$

Vermits

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$$

volgt dat L (volgens het stilstaand frame)

steeds groter is dan L' (volgens het bewegend frame) of andersom, een lijnstuk dat zich beweegt (L') is steeds kleiner dan een stilstaand lijnstuk (L). In welke richting het beweegt blijkt van geen belang, immers

$$(+v)^2 = (-v)^2 = v^2.$$

Laten we dit zelfde experiment nu nog eens uitvoeren maar nu beschouwen we niet een lichtstraal dat naar boven wordt geschoten naar een spiegel, maar wel een lichtstraal dat volgens de beweging van v dus in de richting van de x -as, zoals getekend in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.**, wordt uitgezonden op het ogenblik dat het einde van het platform precies voorbij de toeschouwer passeert, en dat we op een afstand x van voor op het platform, maar ook verder op de x -as verwijderd van de toeschouwer, de tijd t meten wanneer de lichtstraal daar aankomt.

Maar ook de jongen op het voorbijrijdend platform staat op een afstand x' welke samenvalt op dat ogenblik met de afstand x dat de toeschouwer ziet op dat ogenblik dat ook de lichtstraal wordt uitgezonden.

Ook de jongen meet op zijn platform de tijd t' wanneer de straal in zijn bewegende positie aankomt.

Laten we dit nauwkeuriger bekijken om dit verschil te kunnen uitdrukken hoeveel dit bedraagt.

We noemen het voorbijrijdend platform S' dat zich beweegt met een snelheid v ten opzichte van een stelsel S , het stilstaand gebied waar de toeschouwer staat. langs de x -as (zoals te zien in fig xx) zal de afstand x (op de grond) gelijk zijn aan de afstand x' (op het platform) op het ogenblik dat de straal wordt uitgezonden in punt O naar P .

Op een zekere afstand van O namelijk in punt P wordt de afstand bepaald op het ogenblik dat de lichtstraal daar aankomt.

Men laat P meebewegen met het stelsel S' . Het tijdstip dat het lichtsignaal het punt P bereikt wordt door de waarnemer in S' bepaald op t' . Daar P met S' meebeweegt is de afstand $O'P$ voor de jongen in S' steeds x' gebleven. Volgens de jongen in S' is

$$x' = c \cdot t' \quad (2.6.5)$$

In stelsel S is de afstand $x_2 - x_1 = c(t_2 - t_1)$ of korter geschreven

$$x = c \cdot t \quad (2.6.6)$$

Het stelsel S ziet de totale afstand als $OP = OO' + O'P$

Het stuk $O'P$ kan men zich indenken als $O'P = k \cdot x'$ en het stuk

$$OO' = v \cdot t$$

Laten we hier eventjes bij stilstaan. We hebben hiervoor kunnen aanduiden dat een "lengte in beweging L' " door een toeschouwer (niet in beweging) de lengte L waarneemt die kleiner is dan de werkelijke lengte gemeten in het stelsel S' dat zich met een snelheid beweegt. In stelsel S is dus $L = L' \cdot k$ (a)

Dus totaal $OP = c \cdot t = k \cdot x' + v \cdot t$ ofwel

$$k \cdot x' = (c - v)t \quad (2.6.7)$$

In het stelsel S' wordt de afstand $O'P$ waargenomen als het verschil van afstanden namelijk

$O'P = OP - O'O$ met $O'P = x'$ en dus ook $x' = c \cdot t'$ verder is $O'O = v \cdot t'$ maar $OP = c \cdot t'$ zodoende krijgen we $OP = O'P + O'O$ ofwel $k \cdot x' = c \cdot t' + v \cdot t'$ en dus

$$kx = c \cdot t' + v \cdot t' \quad (2.6.8)$$

Formules (2.6.6) en (2.6.7) formuleren de voornaamste begrippen over relativiteit. Voor degenen die deze formules begrijpen is de rest niets anders dan wat algebraïsche manipulaties.

Laten we ook hier eventjes blijven stilstaan. Vanuit het stelsel S' (waar de jongen zich bevindt) ziet men het stelsel L (waar de toeschouwer staat) met een snelheid v achteruit gaan. Dus vanuit S' is het precies alsof S in beweging is (en dat het platform en de jongen stilstaan). Dus vanuit het standpunt van de jongen is de "lengte in beweging L' " korter dan de "lengte niet in beweging L' " of wel $L' = L \cdot k$ (b)

Vermits de snelheid en de stelsels waarover we spreken nog altijd hetzelfde zijn en er in tussentijd geen versnelling is opgetreden, mogen we besluiten dat de k factor dezelfde is, al zijn de lengtes niet hetzelfde. x' is zeker korter dan x , maar de verkorting van de lengte van x' (in S') = $k \cdot x'$ in het stelsel S. Zo ook is het lijnstuk x gezien vanuit het stelsel S' gelijk aan x (in S) = kx' .

Wanneer ik (a) en (b) met elkaar vergelijk kom ik op het eerste gezicht een zeer raar verschijnsel tegen, namelijk

$$L = L' \cdot k \text{ zoals in (a) en}$$

$$L' = L \cdot k \text{ zoals in (b) Zoiets is alleen maar mogelijk als } k = 1.$$

Maar bedenkt dat $L = L' \cdot k$ alleen maar geldig is vanuit het stelsel S. En dat $L' = L \cdot k$ alleen maar geldig is gezien vanuit het standpunt van S' . De uitspraken zijn alleen geldig als ik me ofwel in het stelsel S bevind ofwel in het stelsel S' .

Speciaal heb ik hier wat langer blijven stilstaan, want dit inzicht vergaren is niet eenvoudig, en het kost tijd en veel moeite om wat er hier gebeurt te begrijpen. Maar eens dat men er mee akkoord is en kan aanvaarden dat wat hier gezegd wordt juist schijnt te zijn dan is de rest niets anders dan wat algebra.

Elimineren van x en x' gebeurt door (2.6.5) in (2.6.7) te brengen en (2.6.6) in (2.6.8)

$$(3.2.5) \rightarrow (3.2.7) \quad k \cdot c \cdot t' = (c - v)t \quad (2.6.9)$$

$$(3.2.6) \rightarrow (3.2.8) \quad k.c.t = (c+v)t' \quad (2.6.10)$$

Elimineren van t en t' is eenvoudig door (2.6.9) X (2.6.10)

$$k^2.c^2.t.t' = (c-v)(c+v)t.t' \text{ ofwel } k^2.c^2 = c^2 - v^2$$

Dit geeft uiteindelijk

$$k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Vullen we deze k waarde terug in (3.2.5) en (3.2.6) dan volgt hieruit

<p style="margin: 0;">ln (2.6.7)</p> $k.x' = (c-v)t'$ $k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} x' = ct - vt$ $x' = \frac{ct - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	<p style="margin: 0;">in(2.6.8)</p> $k.x = (c+v)t'$ $k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} x = ct' + vt'$ $x = \frac{ct' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
---	---

x' in functie van x en t noemt men de Lorentztransformatie daarentegen x in functie van x' en t' noemt men de Inverse-Lorentztransformatie.

Merk wel op het verschil tussen $x' = (x - v.t) / k$ en $x = (x' + v.t') / k$.

Laten we dit nu eens toepassen op een stroomvoerende draad met lengte L . Noteer dat de lengte L kan gelijk welke afmeting hebben. Hetgeen zich afspeelt op een draad met lengte 1m kan evengoed gebeuren op een stukje draad van 1 mm.

Vermits $Q = n.q.S.L$, met n het aantal elektronen per m^3 , q de lading van een elektron en S de dwarsdoorsnede van de draad, zien we als om de een of andere reden L in waarde verandert ook Q met dezelfde evenredigheid verandert. Immers in een stukje stroomdraad veronderstellen we dat $n.q.S$ niet veranderen.

Vermits $Q = I.t$ en $t = L/v_d$ is $Q = I.L / v_d$. Indien we de stroom constant houden (met een stroombron) zal ook de driftsnelheid v_d constant zijn en hangt Q alleen evenredig af van L .

Men zou dus heel dat stukje draad kunnen bekijken alsof de draad beweegt met een snelheid v_d waarin steeds dezelfde lading (of dezelfde aantal elektronen) zich bevinden.

We stellen ons twee frames of referentie vlakken voor, een stelsel S waar wij als normale waarnemer staan, dus onze wereld waarin we een stuk draad op afstand zien waarin elektronen zich bewegen, en een ander stelsel S' dat meebeweegt met de elektronen, dus met een driftsnelheid v_d (om het algemeen te houden en gemakkelijker om te schrijven, zal ik van nu af aan v schrijven in plaats van v_d). Dit alles is zoals aangeduid in **Fout!**

Verwijzingsbron niet gevonden. .

De moeilijkheid is dat wij als waarnemer naar een stukje draad staan te kijken, maar omdat er beweging in zit kunnen we niet de juiste lengte L_0 zien. Maar als de elektronen stilstaan, wat we doen door met de elektronen mee te bewegen, dus in het stelsel S' kennen we dus de juiste afstand L_0 . Deze afstand is nu juist de Lorentz getransformeerde lengte L' .

Toepassing van deze formules geeft ons;

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$L' = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = L_o$$

$$\text{ofwel } L' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = L_s \qquad (2.6.11)$$

$$L' \cdot k = L_s$$

Vermits $k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ steeds kleiner is dan 1 zal dus de lengte L in het stelsel S , dus in de werkelijke wereld waarin we de draad waarnemen kleiner zijn.

We hebben nu wel bepaald de lengte L' , maar deze is gedefinieerd in het stelsel S' . Maar graag zou ik willen weten hoe groot deze waarde is in het S frame, waar ik als waarnemer sta.

Daarvoor gebruiken we de Lorentz formules met x in functie van x' .

$$x_1 = \frac{x'_1 + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad x_2 = \frac{x'_2 + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{x'_2 + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x'_1 + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$L_b = \frac{L'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{ofwel } L_b \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = L' \qquad (2.6.12)$$

$$L_b \cdot k = L'$$

Noteer dat vt en vt' precies tegenover elkaar wegvallen, maar dit komt omdat we aangenomen hebben dat de snelheid van de lengtes even snel waren, namelijk v . Indien ik de twee lijnstukken met een verschillende snelheid zo laten bewegen en dan nog in een verschillende richting, dan worden de formules wel iets ingewikkelder. Hier kom ik op terug als we de aantrekkingskracht bestuderen tussen een stroomvoerende draad en een kompas. Maar voor het bepalen van een inductantie hebben we juist dat de stroom door de draad steeds dezelfde is, of anders gezegd de snelheid v_d van de elektronen dezelfde is, en dat de ringen van een spoel als het ware parallel naast elkaar liggen.

Laten we eens proberen de lengte te bepalen in dat stuk draad L_b waarin elektronen zich bewegen en dat vergelijken met de lengte L_s een stukje draad waar geen stroom doorvloeit.

$$L_s - L_b = \frac{L'}{k} - L'k$$

$$\Delta L = L' \left(\frac{1}{k} - k \right)$$

$$\Delta L = \frac{L'}{k} (1 - k^2) \quad (2.6.13)$$

$$\Delta L = L \left(1 - 1 + \frac{v^2}{c^2} \right)$$

$$\Delta L = L \frac{v^2}{c^2}$$

Met toepassing van de formules gevonden met de Lorentztransformatie kunnen we dus zeggen dat het verschil in lengte ΔL dat waargenomen wordt uitsluitend doordat de elektronen in beweging zijn gelijk is aan de totale lengte van de stroomvoerende draad L vermenigvuldigd met v^2 / c^2 .

Zo ook zal dit een $\Delta Q = n.e.S.\Delta L$ veroorzaken welke gelijk is aan:

$$n.e.S.L.v^2/c^2 = Q.v^2/c^2.$$

Noteer dat het aantal protonen en elektronen in het stukje stroomvoerende draad nog altijd hetzelfde is. Er zijn nog altijd evenveel elektronen als protonen (buiten een kleine spanning die we over de draad met zeer kleine weerstand nodig hebben om de elektronen te doen bewegen). Vergelijk dit met een grote buis met water die twee communicerende vaten verbindt. Zolang er geen watersverschil bestaat tussen de vaten zal er geen enkele druppel zich verplaatsen van het ene vat naar het andere, ook al is de buis geweldig groot. Maar eens er een watersverschil bestaat zullen de waterdruppels bewegen maar er komen evenveel waterdruppels bij in de buis als er buiten gaan. Het aantal druppels in de buis is gelijk gebleven.

Tot hiertoe de wiskundige benadering, maar hoe kunnen we ons dat fysisch voorstellen. Laten we daarom eens nagaan wat er gebeurt tussen twee stukken draad die parallel dicht naast elkaar liggen.

In ieder stuk draad zijn er evenveel vrije elektronen als er protonen. Er is dus evenveel negatieve lading ($-Q$) veroorzaakt door de som van alle vrije elektronen als positieve lading ($+Q$) veroorzaakt door de protonen waarvan hun uiterste schil niet volledig bezet is met elektronen. Deze twee ladingen neutraliseren zich met elkaar zodat voor een toeschouwer de draad overkomt als volledig zonder lading. Dus de twee parallelle draden trekken elkaar niet aan maar blijven rustig naast elkaar liggen.

Laten we nu door iedere draad een stroom (I) vloeien, in *dezelfde richting*.

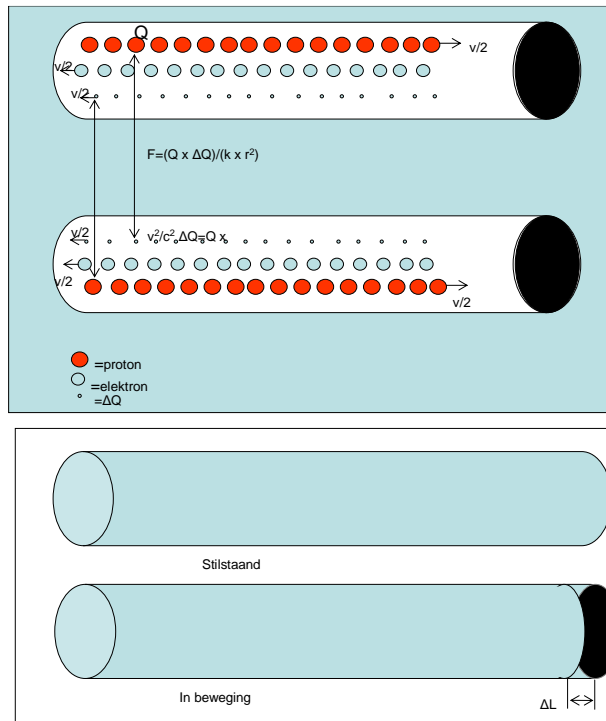


fig. 16: verkorting van een geleider als er stroom doorgaat

Er zal dus een extra kracht F optreden welke volgens de enige dogmatische formule die we aangenomen hebben gelijk is aan $F = \frac{Q \cdot \Delta Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$

Hierin is Q de totale lading van de protonen in de draad of anders gezegd $Q = I \cdot t = n \cdot e \cdot S \cdot L$

En $\Delta Q = Q \cdot v^2 / c^2$ is de extra negatieve lading gezien van de draad met de protonen naar de andere draad, waarin $v = v_d$ de driftsnelheid deze is ook gelijk aan $v_d = L / t$ met hierin L de totale lengte van de draad. d daarentegen is de afstand tussen de twee parallel liggende draden.

Hoe moeten we deze extra ΔQ voorstellen?

Deze extra lading is een elektronen lading (en dus een negatieve lading) natuurlijk evenredig verdeeld over de gehele lengte van de draad en is dus te beschouwen als extra elektronen maar met een lading $Q \cdot v^2 / c^2$ die er voor zorgen dat er in de draad een extra negatieve lading ΔQ ontstaat.

Beide ladingen trekken elkaar aan volgens de gekende formule.

We kunnen dus het volgende afleiden:

$$F = \frac{Q \cdot \Delta Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$F = \frac{Q \cdot Q \cdot \frac{v^2}{c^2}}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$\frac{F}{Q} = \frac{I \cdot t \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2 \cdot c^2} \quad (2.6.14)$$

$$\frac{F}{Q} = \frac{I \cdot t \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2 \cdot c^2 \cdot t^2}$$

$$\frac{F \cdot d}{Q} = \frac{I \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d \cdot c^2 \cdot t}$$

Uit de fysica weten we dat $\mu \cdot \epsilon = 1/c^2$ of $\mu = 1/\epsilon \cdot c^2$

En de definitie van spanning over de spoel is $V = \frac{F \cdot d}{Q}$

Dit ingevuld geeft:

$$V = \frac{I}{t} \cdot \frac{\mu \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$$

Dus de spanning veroorzaakt over twee parallel lopende draden is recht evenredig met het soort materiaal tussen de draden (μ) en de totale lengte van de draad in het kwadraat (L^2) en omgekeerd evenredig met de afstand (d) tussen de draden en een constante factor ($4 \cdot \pi$).

Veronderstel nu eens dat we de twee draden ombuigen tot een ring en als hierboven allebei aansluiten op een stroombron in dezelfde richting, zoals te zien in **fig. 17: draad opgerold rond een ferriekern**. De formules die we gevonden hebben voor parallel lopende draden blijven gelden. Immers de draden blijven gelijk lopen en de krachten tussen de draden zullen hetzelfde blijven. L kan nu uitgedrukt worden in functie van de straal ofwel $L = 2 \cdot \pi \cdot r$. We kunnen nog een stap verder gaan en het uiteinde van de ene draad aan het begin van de andere draad verbinden (immers de stroom door beide draden is toch dezelfde) En de totale lengte van de draad wordt nu $L = 2 \times 2 \cdot \pi \cdot r$. We kunnen dit uitbreiden tot N ringen naast elkaar zodat we een solenoïde bekomen, maar nu wordt $L = N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$.

Vullen we dit nu in, in onze gevonden formule dan bekomen we

$$V = \frac{I}{t} \cdot \frac{\mu \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$$

$$V = \frac{I}{t} \cdot \frac{\mu \cdot (N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r)^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$$

Nu zijn $\frac{\mu.(N.2.\pi.r)^2}{4.\pi.d}$ allemaal materiaal constanten welke we L de inductantie van een spoel noemen. Voor de rest is de spanning (V) evenredig met I/t . We hebben dus de relatie gevonden tussen spanning, stroom en tijd

$$V = L \frac{I}{t}$$

ofwel

$$V = L \frac{dI}{dt}$$

Meestal wordt in de formule de inductantie anders geformuleerd.

$$L = N.2.\pi.r$$

Immers $L = \frac{\mu.L^2}{4.\pi.d}$ kan ook anders geschreven worden als men ziet dat $L^2 = (N.2.\pi.r)^2$

$$L^2 = N^2.4.\pi^2.r^2$$

Zo dat

$$L = \frac{\mu.L^2}{4.\pi.d}$$

$$L = \frac{\mu.N^2.4.\pi^2.r^2}{4.\pi.d}$$

$$L = \frac{\mu.N^2.\pi.r^2}{d}$$

$$L = \frac{\mu.N^2.S}{d}$$

Hieruit blijkt dat de inductantie recht evenredig is met het kwadraat van het aantal windingen en de oppervlakte van de doorsnede (S) en omgekeerd evenredig met de lengte over het spoel (d).

Voor een ringkern, zie **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.**, wordt d gelijk aan $d = 2.\pi.R$ waarin R de gemiddelde straal van de ringkern voorstelt en dan bekommen we dat $\mu.N^2.\frac{S}{2.\pi.R} = L$

De meeste fabrikanten van ringkernen maken het nog eenvoudiger en geven per soort ringkern een A_L welke gelijk is aan $A_L = \frac{\mu.S}{2.\pi.R}$ zodat $L = A_L.N^2$, en het aantal windingen N dat men moet wikkelen is dan eenvoudig te berekenen.

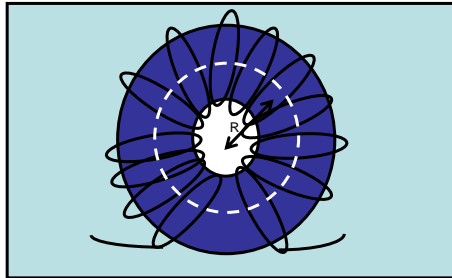


fig. 17: draad opgerold rond een ferrietkern

Toch nog even een correctie. Het is namelijk zo dat voor een solenoïde niet alleen de naburige ringen elkaar aantrekken maar ook de verder verwijderde ringen hebben nog een invloed op de eerste ring. Echter alle ringen die in het midden van de solenoïde staan worden evenveel aangetrokken door de ene zijde als de andere zijde. Deze krachten heffen elkaar dus op. Maar dat geldt niet voor de buitenste ringen. De formule tot hertoe gevonden geldt dus alleen maar voor een oneindig lange solenoïde. Maar als de diameter van de ringen groter is dan de lengte van de spoel moeten we een correctie invoeren.

Deze correctie is meestal beter benaderd met een empirische formule, en voor een vrije solenoïde waarin $\frac{d}{l} < 2.5$, is deze benaderende formule ongeveer gelijk aan $L[\mu H] = \frac{\mu \cdot (N \cdot d)^2}{457,2 \cdot d + 1016l}$ hierin is $d = doormeter$ en $l = lengte$ van de spoel uitgedrukt in mm en $\mu = \mu_r \cdot \mu_\epsilon$ en gelijk is aan 1 in de vrije natuur, dan wordt L weergegeven in $[\mu H]$.

2.7 Voor de liefhebbers van de oude tijd.

2.7.1 De Wet van Coulomb

Vooreerst deze opmerking.

Als de draden onafhankelijk van elkaar zijn en doorlopen worden door een andere stroom dan ziet de formule er iets ingewikkelder uit. Voor twee willekeurige ladingen Q_1 en Q_2 die in verschillende richtingen met een snelheid v_1 en v_2 gaan geldt de volgende formule:

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2 \cdot (1 - \beta^2) (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 \times \hat{r})}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d^2 (1 - \beta^2 \cdot \sin^2 \theta)^{3/2}}$$

hierin is $\beta = \frac{v}{c}$. Men ziet als $v \ll c$ en $\vartheta = 90^\circ$ de formule zich herleidt tot

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2 \cdot (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d^2}$$

Een beetje prutsen met wiskundige formules leert ons dat met

$$F = \frac{Q_1 \cdot \Delta Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2 \cdot v_1 \cdot v_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d^2}$$

en met $\mu = \frac{1}{\epsilon \cdot c^2}$ de formule te splitsen is in

$$F = \frac{\mu}{\mu} \frac{\mu \cdot Q_1 \cdot v_1 \cdot Q_2 \cdot v_2}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

$$F = \frac{\mu \cdot Q_1 \cdot v_1 \times \mu \cdot Q_2 \cdot v_2}{\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

noemen we nu $m_1 = \mu \cdot Q_1 \cdot v_1$ en $m_2 = \mu \cdot Q_2 \cdot v_2$

dan wordt $F = \frac{\mu \cdot Q_1 \cdot v_1 \times \mu \cdot Q_2 \cdot v_2}{\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot d^2}$ gelijk aan $F = \frac{m_1 \times m_2}{\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot d^2}$ wat een zeer gekende formule is voor de

aantrekkingskracht tussen twee magneten.

2.7.2 De BLI en Bqv regel en de wet van Biot & Savart

Beginnen we terug met

$$F = \frac{Q \cdot \Delta Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$F = \frac{Q \cdot Q \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d^2}$$

en met $\mu = \frac{1}{\epsilon \cdot c^2}$ is de formule ook te splitsen in

$$F = \frac{Q \cdot v \times \mu \cdot Q \cdot v}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$
 vermits $Q = I \cdot t$ en $v = L/t$ volgt

$$F = \frac{Q \cdot v \times \mu \cdot I \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$
 en noemen we $B = \frac{\mu \cdot I \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$ dan is

$$F = Q \cdot v \times B \text{ of ook } F = I \cdot L \times B \text{ de overbekende BLI regel}$$

$$B = \frac{\mu \cdot I \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

Noteer dat niets anders is dan de wet van Biot & Savart. Maar probeer nu maar eens op een overzichtelijke manier de dimensies van B te bepalen, en daarom hou ik niet van deze voorstelling. Ze voelt fysisch niks aan het is een louter wiskundig begrip zoals in een algebraïsche bewerking waarin men om wat eenvoudigere uitdrukkingen te bekomen men een groep bewerkingen gelijk stelt aan een willekeurig gekozen letter.

2.7.3 De zelfinductie

Beginnen we terug met

$$F = \frac{Q \cdot \Delta Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$F = \frac{Q \cdot Q \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d^2}$$

Dan is de spanning over 1 ring gelijk aan

$$F \frac{d}{Q} = V_{r1} = \frac{Q \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d} \text{ en over } N \text{ ringen}$$

$$V = \frac{N \cdot Q \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d}$$

$$V = \frac{\mu \cdot N \cdot Q \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$$

$$V = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot t \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$$

$$V = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot t \cdot l^2}{4 \cdot \pi \cdot t^2 \cdot d} \text{ nu is } l \text{ gelijk aan de volledige lengte ofwel is } l = N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \text{ en dus}$$

$$V = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot (N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r)^2}{4 \cdot \pi \cdot t \cdot d}$$

$$V = \frac{\mu \cdot N \cdot N \cdot I \cdot \pi \cdot r^2}{t \cdot d} \text{ nu definieert men } B \text{ voor een solenoïde } B_s = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{d} \text{ en } \pi \cdot r^2 = A \text{ dus wordt}$$

$$V = \frac{N \cdot B \cdot A}{t} = \frac{N \cdot \Phi}{t} = \frac{N \cdot d\Phi}{dt} \text{ houdt men hierbij nog rekening dat } Q \text{ en } \Delta Q \text{ tegengesteld van teken zijn (} Q \text{ is de}$$

lading van de protonen en ΔQ van de elektronen) dan bekomen we de fameuze formule

$$V = - \frac{N \cdot d\Phi}{dt}$$

2.8 Besluit

Mijn visie hierop is als volgt samen te vatten.

Maxwell, Faraday, Oersted, Weber Biot en Savart en diensmeer zijn allemaal geleerden die geleefd hebben vooraleer de relativiteitstheorie van Einstein was gepubliceerd. Zelfs Maxwell was al tot de conclusie gekomen dat

$\mu \cdot \epsilon = \frac{1}{c^2}$ en dat we dus geen twee onafhankelijke constanten nodig hadden.

Het is mijn vaste overtuiging dat vooraleer men de relativiteit theorie kende men genoodzaakt was, om de opgedane experimenten uit te leggen, een veldtheorie moest opbouwen, waarin het begrip "ether" een belangrijke rol in speelde, dat men kan voorstellen als een strak gespannen vlies (in twee dimensies) dat op en neer kan bewegen en dus de op en neergaande krachten ergens in het veld kan doen door rimpelen op een afstand

van de bron. Maar sinds Einstein bewezen heeft dat magnetisme niets te maken heeft met het een of ander veld, maar uitsluitend met de relativiteit tussen het ene stelsel dat zich beweegt, en het andere dat stilstaat, is heel de veldtheorie waardeloos geworden. En toch blijft men in het onderwijs de zaken op zijn kop zetten. Men begint ons vol te proppen met een overbodige theorie van voor de tijd van Einstein om daarna als een aanhangsel te gaan verifiëren dat $F = q(E + B.v)$ met de relativiteitstheorie in overeenstemming is!. Het is al meer dan genoeg dat we Volt, ampère en Ohm hebben ingevoerd, zodat we ons zo min mogelijk moeten bezig houden met Tesla, Oersted, Henry, Weber, Elektrische en Magnetische velden en diens meer.

Maar als je zin hebt mag je steeds iedere keer je F/q tegenkomt E schrijven want $F/q = E$ zo ook is $F/m = H$ en $B = \mu.H$ en ten slotte $B.A = \Phi$. Het invullen van de bijbehorende dimensies laat ik aan de liefhebbers over. Maar de grootste fout die hier steeds gemaakt wordt, is dat men appelen met citroenen optelt omdat geen leerling niet meer kan volgen met welk fruit hij bezig is.

De hierboven neergeschreven oplossing voor het vinden van de relatie tussen Inductantie en spanning, stroom en tijd is volgens mij rechtuit rechtdoor vanuit de theorie van Einstein. Eenvoudig en duidelijk.

En toch begint ieder boek over magnetisme met de introductie van het magnetisch veld, dat dus niets vertelt, tenzij dat het punten verbindt waar de kracht op eenzelfde magneet in absolute waarde hetzelfde is. In de richting van een magnetische veldlijn is er geen enkele kracht werkzaam. Het is dan ook flauwe kul te beweren dat H evenredig is met de arbeid die men moet verrichten om een magneet rond te krijgen. Als de kracht gelijk is aan 0 dan is de arbeid $W = F.L$ ook gelijk aan 0.

2.9 Het verhaaltje van de stroomdraad en de magneet.

In alle boeken wordt de proef beschreven van ampère, waarin, onder invloed van een stroomvoerende draad, een magneet in de nabije omgeving zich richt loodrecht op het vlak van de stroomdraad en evenwijdig aan de draad. Op het eerste zicht zou men verwachten dat er een kracht zou bestaan die de magneet doet draaien dusdanig dat ze zich zou richten naar de draad. Maar dit gebeurt niet. Hoe is dit te verklaren.

2.9.1 Waar zit het mysterie gebonden?

Magnetisme ontstaat alleen wanneer een lading in beweging is. Maar hoe zit dat met een magneet? Daar beweegt toch niets?

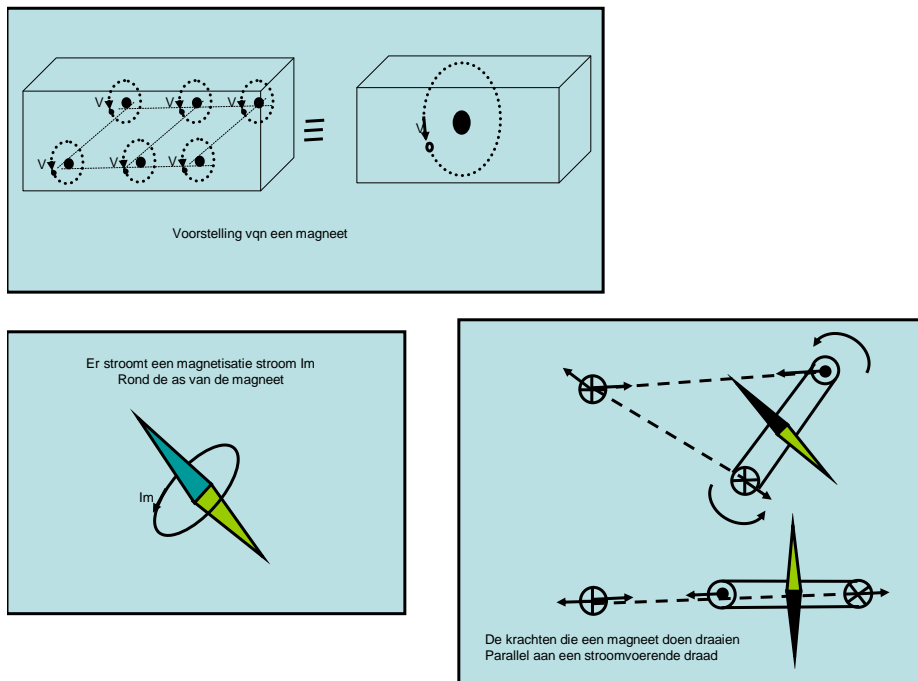


fig. 18: voorstelling van een magneet

Een magneet is in feite een serieschakeling van allemaal gebonden elektronen, die rondom het proton draaien en (dit is belangrijk) in dezelfde richting gekeerd staan, zoals in **fig. 18: voorstelling van een magneet**.

Een magneet is dus, elektrostatich gezien, volkomen neutraal. Er zijn evenveel protonen als elektronen die er rond draaien. Alle protonen zijn $q+$ en alle elektronen $q-$. Bijvoorbeeld voor een ijzermolecule zijn er 15 protonen maar ook 15 elektronen.

Maar de 15 protonen staan stil in het rooster, de elektronen daarentegen draaien rond, en zijn dus *in beweging*.

Wanneer deze moleculen niet kriskras door elkaar staan (zoals in gewoon ijzer of koper) maar op een rijtje (zoals in bepaalde ijzeroxiden) tellen ze hun magnetische krachten samen op. Of beter gezegd loopt er een gezamenlijke I_m stroom (magnetisatiestroom) rond de magneet. Deze is echter niet (rechtstreeks) te meten, omdat het een gebonden stroom is (er zijn geen vrije elektronen).

Het is dus deze ronddraaiende magnetisatie stroom die ervoor zorgt dat er relativistisch een extra lading ontstaat.

Dus een magneet M_1 die een andere magneet M_2 aantrekt (en ook afstoot) is dus identiek hetzelfde als een solenoïde of een spoel, met dezelfde eigenschappen.

Er is dus wel degelijk een bewegende stroom

Laten we daarom een magneet eens voorstellen door een draad waarin een rondgaande stroom I_m (De magnetisatie stroom) in ronddraait. Wanneer dit magneetje in de nabijheid ligt van een stroomvoerende draad zoals voorgesteld in **fig. 18: voorstelling van een magneet** dan zien we aan de voorkant twee draden hebben waarin de stroom in dezelfde richting lopen, terwijl aan de andere kant de stromen in tegenovergestelde richting lopen.

Zolang deze magneet-draad niet loodrecht op de richting van de stroomdraad staat, ontstaan er magnetische krachten (F_m) die zoals we nu weten, als ze in dezelfde richting lopen dan trekken ze elkaar aan, als de stromen tegengesteld zijn dan stoten ze elkaar af.

Dit veroorzaakt een koppel op de magneet-draad. Die de draad doet draaien. Wanneer de magneet-draad zo ver gedraaid is dat ze loodrecht op de stroomvoerende draad staat zal er geen koppel meer plaats vinden die de naald nog verder doet draaien. Maar merk op dat er eigenlijk nog een kracht overblijft die, indien de magneet aan een dunnen draad opgehangen was, aangetrokken wordt door de stroomvoerende draad !!!

We weten ook dat de magnetische kracht groter wordt als we de stroomvoerende draad oprollen tot een solenoïde.

Dus twee solenoïdes waarvan de ene vastgemaakt is en de andere vrij opgehangen aan een zeer dunne draad zal deze laatste zich omdraaien totdat ze parallel ligt met de andere solenoïde, en dan zal de enen solenoïde aangetrokken worden door de vastgebonden solenoïde.

Hiermee is ineens aangetoond dat solenoïdes zich gedragen als magneten, en dus elkaar aantrekken of afstoten naargelang de stroom in dezelfde of in tegengestelde richting stromen. En vermits een magneet te vergelijken is met een solenoïde is meteen duidelijk waarom een magneet een andere magneet aantrekt.

Men kan ook tot dezelfde formule komen indien we een spoel vergelijken met een magneet, zodat twee naast elkaar staande in een cirkel gebogen draden zich precies gedragen als twee naast elkaar staande magneten die elkaar aantrekken.

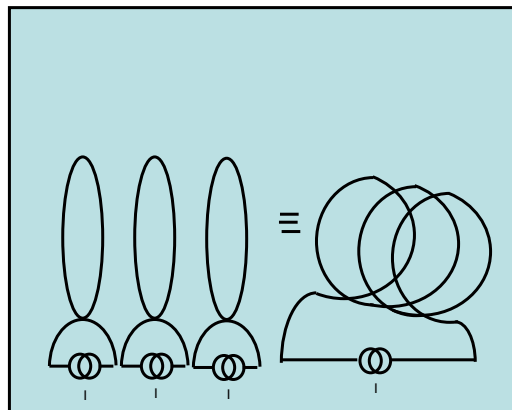


fig. 19: verscheidene lussen vormen één spoel

In het hoofdstuk “De wet van Coulomb” hebben we aangetoond dat twee magneten elkaar aantrekken (of stoten elkaar af) met een kracht (F) die recht evenredig is met de magnetische poolsterkten (m) en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand (l^2) tussen de poolpunten of in formule vorm:

$$F = \frac{m_1 \cdot m_2}{4 \cdot \mu \cdot \pi \cdot l^2}$$

waarin $m_1 = \mu \cdot Q_1 \cdot v_1 = \mu \cdot I \cdot t \cdot v = \mu \cdot I \cdot t \cdot \frac{l}{t} = \mu \cdot I_m \cdot l$ en dat noemt men dan de magnetische poolsterkte. Hier spreken we niet meer van de driftsnelheid, maar wel van de snelheid van de elektronen rond de protonen. Deze

snelheid is vrij hoog (ongeveer 1500 km/s, maar de lading van n elektronen in een magneet $Q = I \cdot t$ is echter zeer klein.

hierin is $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ met $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ met de dimensies $\left[\frac{H}{m} \right]$

Proberen we nog eens een inzicht te krijgen van wat eigenlijk een magneet is. Een magneet is eigenlijk een soort metaal maar waarin het atoomrooster bestaande uit protonen en daarrond draaiende elektronenwolk die (bijna) allemaal in dezelfde richting staan. Nemen we als voorbeeld om het eenvoudig te houden dat het rooster bestaat uit één proton en daarrond circulerend, met een snelheid v , een elektron met lading q . Dan zal dit elektron een klein magnetisch moment veroorzaken $m_e = \mu \cdot q \cdot v$. Wanneer verschillende van zulke elementen in een rij staan dan is de totale magneet van deze rij gelijk aan $\Sigma m_e = \Sigma \mu \cdot q \cdot v$.

Ook als verschillende rijen naast elkaar staan dan ziet men dat inwendig de ladingen elkaar opheffen maar aan de buitenkant ontstaat er een circulerende lading Q . Vermits $Q = I \cdot t$ kan men spreken van een magnetische stroom. Noteer dat deze stroom niet te meten valt omdat zij ontstaan is uit de som van *gebonden* elektronen, terwijl een stroom alleen te meten valt als een transport van *vrije* dus niet gebonden elektronen.

Als dusdanig definiëren we de magneetpool m als zijnde de totale lading Q van de gebonden elektronen die rond de protonen draaien met een snelheid v en afhankelijk van een natuurconstante μ . Of in formulevorm. $m = \mu \cdot Q \cdot v$

Dit lijkt zeer sterk op een cirkelvormige draad met straal r rond een weekijzer kern, waarin er een stroom I loopt, aan de rand van de kern, met een snelheid v_d . Wanneer men verschillende (N) ringen achter elkaar zet dan mag ook hier het totale poolmoment opgeteld worden of $m = \mu \cdot N \cdot Q \cdot v$ en vermits $Q = I \cdot t$ en $v = d / t$ met $d = 2 \cdot \pi \cdot r$ de omtrek van de cirkel wordt $m = \mu \cdot N \cdot I \cdot d$.

Noteer dat er altijd een Noordpool en een Zuidpool is waarvan het magnetisme tegengesteld zijn of $m_n = -m_z$

Uitgaande van deze formulering kunnen we ook onze inductantie bepalen. Immers

$$F = \frac{m_n \cdot m_z}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot 4 \cdot \pi \cdot l^2}$$

$$F = \frac{\mu \cdot q \cdot v \times (-) \mu \cdot Q \cdot v}{\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot l^2}$$

$$F = \frac{-\mu \cdot q \cdot v \times \mu \cdot I \cdot d}{\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot l^2}$$

met $v = \frac{d}{t}$ en $d = N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$ volgt

$$\frac{F \cdot l}{q} = -\mu \cdot \frac{d}{t} \times \frac{I \cdot d}{4 \cdot \pi \cdot l}$$

$$F \cdot \frac{l}{q} = -\mu \cdot \frac{N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{t} \cdot \frac{N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot l}$$

$$V = -\mu \cdot (N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r)^2 \cdot \frac{I}{4 \cdot \pi \cdot l \cdot t}$$

Hierin zien we dat $(N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r)^2$ niets anders is dan de totale lengte van de draad in het kwadraat en l de lengte van het spoel. Noteer dat men hier consequent moet blijven door redeneren, en niet verwachten dat $l = \text{de totale draadlengte}$, wat in het geheel niet waar is. In l zit bijvoorbeeld ook in verwerkt de dikte van de draad en de spatie tussen de windingen waar we hier in het geheel geen rekening mee houden. Immers hoewel de elektronen door de draad verdergaan met de driftsnelheid v_d meten we de spanning over de lengte van de spoel.

We kunnen deze formule nog anders schrijven namelijk;

$$V = -\mu \cdot \frac{N^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot \pi \cdot r^2}{4 \cdot \pi \cdot l} \cdot \frac{I}{t}$$

$$V = -\mu \cdot \frac{N^2 \cdot \pi \cdot r^2}{l} \cdot \frac{I}{t}$$

$$V = -\mu \cdot \frac{N^2 \cdot S}{l} \cdot \frac{I}{t}$$

Als we $\mu \cdot N^2 \cdot \frac{S}{l} = L$ stellen dan bekommen we eindelijk dat

$$L = \frac{V \cdot t}{I} \text{ of in differentieel vorm } L = \frac{V \cdot dt}{dI}$$

Voor een ringkern wordt dit $\mu \cdot N^2 \cdot \frac{S}{2 \cdot \pi \cdot R} = L$ waarin R de gemiddelde straal van de ringkern voorstelt.

Dus een spoel is recht evenredig met het aantal windingen in het kwadraat en de doorsnede van de spoelkern, en omgekeerd evenredig met zijn lengte.

Noteer dat ik in heel mijn opbouw voor de netwerk relaties (V, I en t) geen enkele maal gebruik heb gemaakt van begrippen als E = Elektrisch Veld, H = Magnetisch veld en Φ = fluxdichtheid, met de daarbij behorende dimensies zoals Coulomb/meter, Tesla en Öersted en diens meer. Dit zijn voor mij altijd begrippen geweest waar ik me niet gezellig bij vond. Men vermoedt er een Ether achter, een zeker fluïdum dat eigenlijk niets zegt.

2.9.2 De Magnetische veldlijnen

We hebben gevonden uit de wet van Biot & Savart dat $B = \frac{\mu \cdot I \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$, en indien we L zouden opdelen in een reeks van kleine stukjes dL dan kunnen we schrijven in differentieelvorm dat $dB = \frac{\mu \cdot I \cdot dL}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$ maar hierin is verondersteld dat de afstand d loodrecht op de stroom I staat. Indien deze een hoek van ϑ maakt dan zal de formule worden $dB = \frac{\mu \cdot I \cdot dL \cdot \sin \theta}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$

Laten we daarom, als in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.**, eens nagaan wat er gebeurt als het stukje dL niet loodrecht op de magneet m staat.

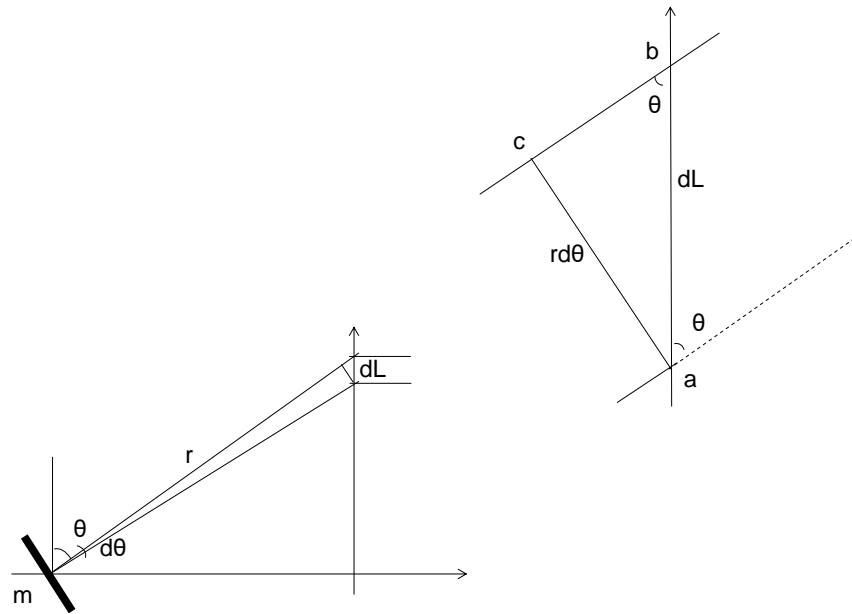


fig. 20: magnetische veldlijnen

In de uitvergroting zien we dat

$$dL = ab$$

$$dL \sin \vartheta = ac$$

$$dL \cos \vartheta = bc$$

$$\text{Nu is } ac \approx r \cdot d\vartheta \text{ en dus } dL \sin \vartheta = r \cdot d\vartheta \quad (2.9.1)$$

$$\text{En } R = r \cdot \sin \vartheta \text{ dus } r = R / \sin \vartheta \quad (2.9.2)$$

Met (3.3.6.1) en (3.3.6.2) ingevuld in onze formule bekomen we

$$dB = \frac{\mu \cdot I \cdot dL \cdot \sin \theta}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{\mu \cdot I \cdot r \cdot d\theta}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{\mu \cdot I \cdot \sin \theta \cdot d\theta}{4 \cdot \pi \cdot R}$$

Integreren we dit tussen de grenzen $\vartheta = 0$ tot $\vartheta = \pi$ met andere woorden als ϑ gelijk is aan 0 ligt dL op $+\infty$, en voor $\vartheta = \pi$ ligt dL op $-\infty$, of anders gezegd over een oneindig lange draad L waardoor de stroom I vloeit.

$$\int_0^\pi dB = B = \frac{\mu \cdot I \cdot \int_0^\pi \sin \theta \cdot d\theta}{4 \cdot \pi \cdot R} = \frac{\mu \cdot I \cdot \cos \theta \Big|_0^\pi}{4 \cdot \pi \cdot R} = \frac{\mu \cdot I \cdot 2}{4 \cdot \pi \cdot R} = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot R}$$

En met $B = \mu \cdot H$ wordt $H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot R}$ en dit is dan de overbekende formule waar praktisch ieder schoolboek

mee begint maar langs geen kanten kan uitleggen waarom dit zo is.

Begrijp me niet verkeerd, met de veld-theorie *kan* men ook tot dezelfde resultaten komen maar ze is louter gebaseerd op de wiskunde namelijk op het vermenigvuldigen van vectoren. En dit is een onderdeel van de wiskunde die louter op abstractie berust maar geen fysisch verschijnsel uitlegt.

Wat heb ik op school geleerd

Vermenigvuldigen van vectoren

Wat is $\vec{a} \times \vec{b}$ en stel dat $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ en $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$

We zoeken het oppervlak tussen vector \vec{a} en \vec{b}

Dan is $\vec{a} = a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot z$ en $\vec{b} = b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3 \cdot z$ en

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot z) \times (b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3 \cdot z)$$

$$\vec{a} \times \vec{b}$$

$$\begin{aligned} &= a_1 \cdot x \times b_1 \cdot x + a_1 \cdot x \times b_2 \cdot y + a_1 \cdot x \times b_3 \cdot z \\ &+ a_2 \cdot x \times b_1 \cdot x + a_2 \cdot x \times b_2 \cdot y + a_2 \cdot x \times b_3 \cdot z \\ &+ a_3 \cdot x \times b_1 \cdot x + a_3 \cdot x \times b_2 \cdot y + a_3 \cdot x \times b_3 \cdot z \end{aligned}$$

noteer dat $x \cdot x = |x| \cdot |x| \cdot \sin \vartheta$ maar $\vartheta = 0$ dus $x \cdot x = 0$, zo ook, $y \cdot y = 0$, $z \cdot z = 0$

maar $x \cdot y = |x| \cdot |y| \cdot \sin \vartheta$ maar $\vartheta = 90^\circ$ dus $x \cdot y = z$, zo ook $y \cdot z = x$, $z \cdot x = y$

maar ook $y \cdot x = -z$, $z \cdot y = -x$, $x \cdot z = -y$ vullen we dit in dan bekomen we

$$\vec{a} \times \vec{b}$$

$$\begin{aligned} &= a_1 \times b_2 \cdot (z) + a_1 \times b_3 \cdot (-y) \\ &+ a_2 \times b_1 \cdot (-z) + a_2 \times b_3 \cdot (x) \\ &+ a_3 \times b_1 \cdot (y) + a_3 \times b_2 \cdot (-x) \end{aligned}$$

ofwel

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2) \cdot x + (a_3 \times b_1 - a_1 \cdot b_3) \cdot y + (a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1) \cdot (z)$$

Ingeval $\vec{a} = (a_1, 0, 0)$ en $\vec{b} = (0, b_2, 0)$ wordt

$\vec{a} \times \vec{b} = (a_1 \cdot b_2) \cdot (z)$ en dat is dus een vector **in de z-richting** terwijl $(a_1 \cdot b_2)$ niets anders is dan de **oppervlakte** van de rechthoek gevormd door a_1 en b_2

Het is deze wiskundige interpretatie die verklaart waarom in de formule

$$F = Q \cdot v \times B$$

F een vector is die loodrecht staat op de vector $Q \cdot v$ en de vector B . Maar de fysische betekenis is volledig verloren. Immers die veldlijn B zegt niets anders dat deze lijn de punten verbindt waar de kracht even groot is.

2.10 Samenvatting

Een elektronisch circuit is een netwerk van elementen (Weerstanden (R), Capaciteiten (C) en spoelen of inductanties (L) die met elkaar verbonden zijn door geleidingen (G). De samenloop van zulke verbindingen zijn knooppunten. Het geheel is aangesloten op een Spanning (V) en hierdoor komt het dat er een stroom (I) vloeit door de verschillende componenten. Ieder element is gekenmerkt door een input en een output. Over het element kan een spanning gemeten worden en door ieder element kan een stroom vloeien welke kan veranderen in functie van de tijd (t).

De relaties tussen Spanning en stroom in functie van de tijd hebben we gevonden als zijnde:

$$R = \frac{V}{I}, L = \frac{Vdt}{dI}, C = \int \frac{Idt}{V} \text{ of } C = \int \frac{dQ}{V}$$

en daarmee kunnen we beginnen om een circuit te analyseren.

3 STRALING VAN RADIOSIGNALLEN

3.1 Waarom is een antenne of een coaxkabel voor te stellen als een belasting weerstand?

In onze eerste hoofdstukken hebben we geleerd dat een (recht) stuk draad waar stroom doorgaat (en dus ook een wisselstroom) in feite een inductantie is, terwijl twee vlakken die niet ver van elkaar verwijderd zijn een capaciteit maken. Een Twin-draad (maar evenzo een coaxkabel) kan dus beschouwd worden als een laddernetwerk van spoelen en capaciteiten zoals voorgesteld in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden..**

Over een kleine afstand ΔX kunnen we dus dit lijnstuk voorstellen als in **fig.21c**.

Passen we hierop de wetten van Kirchoff, welke zegt dat de spanning over een spoel gelijk is aan de verandering van de stroom maal de inductantie ofwel $L \cdot \frac{di}{dt} = dv$ en de lading in een condensator is gelijk aan $C \cdot dv = dQ = idt$ en voor een klein stukje draad Δx wordt dat dan:

$$L \frac{di}{dt} = dv$$

$$C \cdot \frac{dv}{dt} = di$$

Wanneer nu L de inductantie **per lengte eenheid** voorstelt (B.V. $5\mu H/m$) dan zal $L \cdot \Delta x$ de inductantie is van dat kort stukje draad Δx .

Zo ook is C de capaciteit **per lengte eenheid**, en dus is $C \cdot \Delta x$ de capaciteit van een kort stukje draad Δx .

$$\text{ofwel } L \cdot \Delta x \frac{di}{dt} = dv \quad (3.1.1) \text{ en } (3.1.2)$$

$$C \cdot \Delta x \cdot \frac{dv}{dt} = di$$

Nu kan ik Δx zo klein maken als ik wil en gelijk stellen aan dx . Dan kan vorige formules ook

neergeschreven worden als:

$$L \cdot dx \frac{di}{dt} = dv$$
$$C \cdot dx \cdot \frac{dv}{dt} = di$$

Delen (3.1.1) door (3.1.2) dan bekomen we

$$\frac{L}{C} \cdot \frac{di}{dv} = \frac{dv}{di} \quad (3.1.3)$$
$$\frac{L}{C} = \frac{(dv)^2}{(di)^2}$$

Als $v = V \sin(\omega t)$ dan is $dv = V \cos(\omega t)$
 $i = I \sin(\omega t)$ dan is $di = I \cos(\omega t)$

En (3) wordt

$$\frac{L}{C} = \frac{(V)^2}{(I)^2} \text{ en vermits } V/I = R \text{ bekomen we dat}$$

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = R, \text{ of anders gezegd een coaxkabel kan voor een wisselspanningsbron voorgesteld}$$

worden als een weerstand R waardoor wisselstroom I door stroomt veroorzaakt door een wisselspanningsbron V .

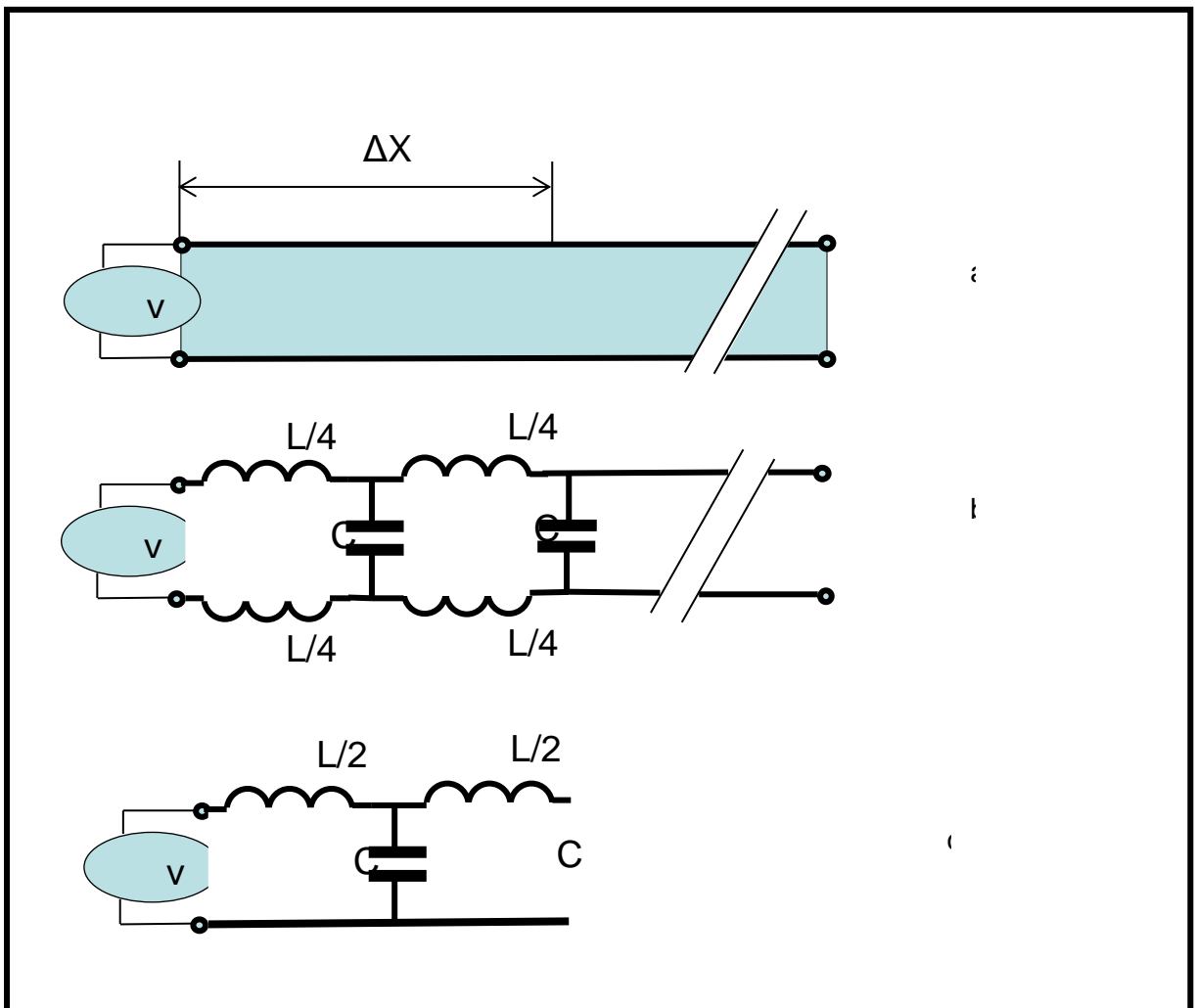


fig. 21: Twin draad voorgesteld als een laddernetwerk

Hoe kunnen we nu een antenne beschouwen? Een dipool antenne is in feite niets anders dan twee draden naast elkaar die naar buiten geplooid zijn zoals te zien in **fig. 22: dipool antenne als omgeplooid twindraad**. Hierin is opstaande spriet gelijk aan een $\lambda/4$ dus voor te

stellen als een inductantie, maar ook tussen de antenne sprieten blijft er een capaciteit bestaan. Ook hier kan men aantonen dat als de antenne in resonantie is de impedantie van de antenne zich gedraagt als een impedantie $Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$ en dus ook hier voor te stellen als een zuivere weerstand. Maar met dit verschil dat noch de inductantie noch de capaciteit constant per lengte eenheid is.

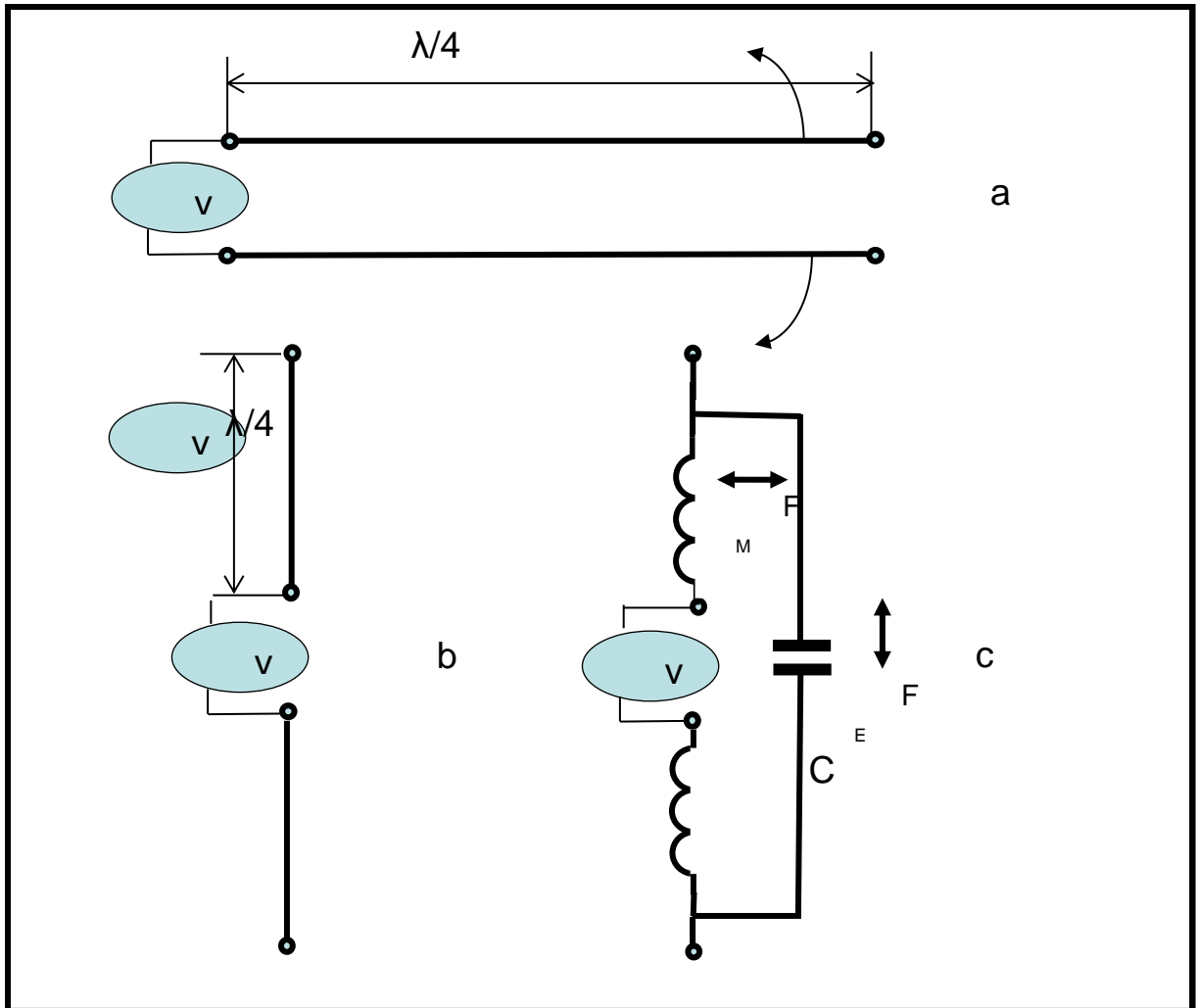


fig. 22: dipool antenne als omgeploide twindraad

Hoe is dit te verklaren, immers er is geen enkele elektron van de antenne afgevallen noch is er ergens iets in warmte gedissipeerd. Maar toch hebben we energie nodig gehad (of vermogen verbruikt) om de elektronen heen en weer te bewegen. De energie die verbruikt is om de stroom heen en weer door de spoel te krijgen en de capaciteit op te laden en ontladen is **precies alsof** ik deze energie zou gebruiken voor een normale **weerstand** die **alleen** door **wisselstroom** wordt doorlopen. In plaats van iets uit te stralen zal er in de weerstand echter warmte gedissipeerd worden.

Deze bewegingsenergie veroorzaakt voortdurend (maar in het ritme van de zendfrequentie) botsingen met de elektronen in de antenne draad. Daardoor worden deze elektronen niet alleen

voortbewogen maar veranderen steeds van snelheid, en hoe dichter de elektronen bij elkaar gedrukt worden, hoe groter de kans is dat er botsingen ontstaan. Dit gaat telkenmale gepaard met het uitzenden van fotonen, Het zijn deze energie “pakketjes” die door de antenne in de ruimte worden gezonden. De som van deze uitgezonden energie is gelijk aan de energie die de bron (zender) moet leveren aan de antenne.

Er gebeuren dus steeds twee acties gedurende een periode, maar 90° in fase verschoven, namelijk door het wisselend spanningsverschil worden de elektronen versneld, en de kracht van de botsingen worden heviger. Door de wisselende stroom worden de elektronen dichter tegen elkaar gedrukt, als de stroom verhoogd, en daardoor wordt de kans van botsingen tegen elkaar steeds groter. Bij afname van de spanning en stroom gebeurt natuurlijk het tegenovergestelde en nemen de botsingen af, en ook de fotonen stroom.

Deze botsingen zijn niet letterlijk te nemen, vermits elektronen beiden een negatieve lading hebben zullen ze wanneer twee elektronen dicht in elkaars buurt komen elkaar afstoten. Maar hierdoor verandert de richting van het elektron en wordt zijn snelheid afgeremd en terug versneld. Het is deze overgang die gepaard gaat met het uitzenden van een foton. De energie

van dit foton is gelijk aan $E_{\text{photon}} = h \cdot \nu$ hierin is $h = 6.63 \times 10^{-34} \left[\frac{N \cdot m}{s} \right]$ de constante van

Planck, en $\nu = \text{Frekwentie}$ van het foton. Deze frequentie is niet de frequentie van de zender maar wel een indicatie hoe groot de energie van het foton is. Maar het regelmatig verschijnen van een geweldig grote zwerm van fotonen en daarna verdwijnen ervan gebeurt wel op een ritme van de uitgezonden frequentie van de zender. Het is de som van al deze energiepakketjes die de totale energie vertegenwoordigd dat uitgezonden wordt in de ruimte.

Een kleine oefening:

Veronderstel dat een antenne een impedantie heeft van 36.5Ω , dit is een $\frac{\lambda}{4}$ antenne, maar moet resoneren op 50 Mhz, wat is dan de inductantie en de capaciteit van die antenne?

Bij resonantie is $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ of $LC = \frac{1}{\omega^2}$ met $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ vinden we $LC = 10.1321 \times 10^{-6}$

Henry.Farad.

Maar langs de andere kant is $Z^2 = L/C = 36.5^2 = 1332.25 \Omega^2$ of $C = L/1332.25$

Hieruit volgt dat $L^2 = 1332.25 \times 10.1321 \times 10^{-12} \text{ Henry}^2$ ofwel $L = 0.116 \times 10^{-6} H$

$L = 0.116 \mu H$

En $C = 0.116 \times 10^{-6} / 1332.25 = 87.2 pF$

Nog even dit, als je het *vervangingschema* van de antenne ziet en dit in combinatie brengt met onze *formules* over capaciteit en inductantie dan ziet men, indien er in de omgeving een andere (ontvangst antenne) zou staan deze een *horizontale magnetische kracht* zou ondervinden F_M en in verticale richting een *verticale elektrostatische kracht* F_E . Deze beide krachten staan loodrecht op elkaar en verspreiden zich in de ruimte. Deze krachten worden meestal voorgesteld als het *magnetisch veld* en het *elektrostatisch veld*. Let op mijn woorden: “voorgesteld” dat betekent niet dat deze voorstelling overeenkomt met de fysische werkelijkheid.

3.2 Wat is straling?

Straling is in ieder geval het uitzenden van fotonen. Fotonen zijn, volgens Einstein, energie partikels, het zijn gewichtloze deeltjes die in vacuüm, maar ook in de lucht zich verplaatsen met de snelheid van het licht. Een foton heeft geen massa, het is dus een gewichtloos deeltje, dat wij dus in de “ether” niet voelen en dwars door ons lichaam doorgaat als de frequentie niet te hoog is. De energie van een foton is dus volledig kinetische energie of bewegingsenergie. Dit alleen al door te stellen dat het een partikel is, wat impliceert een volume te hebben maar tegelijkertijd zeggen dat het massaloos is, maakt de definitie van een foton dubieus. Alleen een lijn of een vlak is gewichtloos, maar nooit een volume.

Volgens Planck is het een golf bewegend element, en volgens Heisenberg gedraagt dit deeltje zich soms als een gewichtloos deeltje, en soms als een golfpakketje met een zekere frequentie ν . De snelheid van het licht is ongeveer 300.000 km/s. De uitstraling van een foton is uitstraling van energie. Nu heeft Planck eens uitgerekend hoeveel energie een foton uitzendt en hij heeft dit neergeschreven in zijn fameuze formule $E_{\text{photon}} = h \cdot \nu$ Hierin is h de constante van Planck, deze is zeer klein en gelijk aan $h = 6,626 \times 10^{-34} [J \cdot s]$ en ν de frequentie. Noteer dat deze frequentie ν in eerst instantie niets te maken heeft met de radiofrequentie van een zender. Maar wel hoe groot de energie is van een foton dat uitgezonden wordt.

Volgens Richard Feynman is een foton een partikel dat uitgezonden wordt maar dat daarenboven ook een “spin” meekrijgt dat voor te stellen is als een ronddraaiend partikel. De snelheid waarmee het foton ronddraait is afhankelijk van de energie die het meekrijgt bij het uitzenden. Deze energie is gelijk aan de hierboven aangehaalde formule van Planck. Het foton draait eenmaal rond wanneer het een afstand heeft afgelegd gelijk aan de golflengte waarmee het uitgezonden wordt. Dus voor een 50 Mhz zender zal het foton eenmaal hebben rondgedraaid als het een afstand van $\lambda = \frac{300.000 \text{ km/s}}{50 \text{ Mhz}} = 6 \text{ m}$ heeft afgelegd. Wanneer echter een foton een ander foton tegenkomt dat juist een halve weglengte meer of minder heeft afgelegd dan zullen ze hun energie met elkaar optellen. Vermits de spin dan juist 180° in fase verschoven zijn zullen ze op die plaats elkaar inhaleren of een energie hebben gelijk aan nul. Meer algemeen: fotonen die elkaar in de ruimte ontmoeten zullen hun energie samen vectorieel optellen, waarbij de helling van de vector bepaald wordt door de draairichting van het foton. Deze voorstelling is zeer belangrijk om te begrijpen waarom er op sommige plaatsen in de ruimte geen stralingsenergie te vinden valt.

Ik raad jullie aan om het boekje “QED the strange theory of light and matter “ van Richard Feynman eens te lezen.(ISBN-13:978-0-14-012505-4)

We zullen echter verder zien dat **de vrije elektronen** in een antenne zich gedragen als in een afgesloten ruimte en wel degelijk **gemiddeld genomen** de frequentie aannemen van de zender.

Maar hoe worden fotonen gemaakt?

Er zijn verschillende manieren waardoor fotonen gefabriceerd worden.

3.2.1 door elektronen in de atoomstructuur op een hogere schil te laten springen.

Wanneer elektronen door de een of andere kracht van de ene schil naar een hogere schil springen dan zal na enige tijd (gemiddeld 10^{-8} sec) dit elektron terugvallen naar de lagere schil. Vermits een lagere schil minder energie nodig heeft zal dit terugvallen gebeuren met het uitzenden van de overtollige energie onder de vorm van een foton. Deze kracht kan veroorzaakt worden door bijvoorbeeld stroom te sturen door een weerstand van bv. Koolstof. Dit is weer te

geven door een eenvoudig schema van een spanningsbron (bv 9Volt) en een weerstand (bv. 9 ohm). Dan vloeit er een stroom door deze weerstand van $9V/9ohm = 1A$ door dit transport van elektronen gebeuren er botsingen in het rooster van de koolstof en worden er elektronen "aangeslagen" en springen naar een hogere schil en met het terugvallen met het uitzenden van een foton. Deze uitgestraalde fotonen voelen wij op een afstand als warmte straling. Als de koolstofdraad nog warmer wordt dan begint deze rood te worden en zien we de straling als een rood gloeiende draad. Het enige verschil tussen warmte voelen en rode straling zien is de frequentie waarmee de fotonen uitgezonden worden volgens de hierboven aangehaalde wet van Planck. Nu is het zo dat warmtestralen eigenlijk een heel spectrum van frequenties bestrijkt, maar hoe heter het element wordt hoe hoger het spectrum naar boven opschuift en dus meer hogere frequenties worden uitgezonden, Warmtestralen alsook wit licht zijn dus niet coherente stralen (dit wil zeggen niet uitsluitend van 1 frequentie, zoals een laser straal). In goede geleiders zoals koper is de energie van de wisselende stroom te klein om elektronen uit hun grond-schil te laten springen naar een hogere schil. Dit verschijnsel is dus niet verantwoordelijk voor het uitzenden van radiosignalen.

3.2.2 botsingen van elektronen op elkaar

In koperdraad of een ander vrij goed geleidend materiaal zijn er alleen al door de omgevingstemperatuur van 20° C of 293°K voldoende vrij rondzwevende elektronen die onderling met elkaar botsen en daardoor energie uitwisselen. Deze energie-uitwisseling gebeurt ook met het uitzenden van een foton. Hoe harder de botsing hoe energierijker, en dus ook v zal zijn. Dit ook is een incoherent gedrag, en manifesteert zich als ruis dat ook steeds wordt uitgezonden.

3.2.3 Verandering van richting van elektronen door een inwendige of uitwendige kracht.

Een elektron dat in een koperdraad naar de buitenkant van de koperdraad gestuurd wordt (door een botsing van zijn gebuur) zal de koperdraad niet kunnen verlaten en komt dus tot stilstand, om vervolgens naar binnen terug te keren hetzij door de aantrekkingskracht van de protonen, of door een afname van de spanning, of vermindering van de stroom. Ook een vernauwing of verbreding van de koperdraad is oorzaak dat fotonen uitgezonden worden, opdat op deze plaatsen een extra vermindering van energie plaats vindt.

Maar als een vrij bewegend elektron aangetrokken wordt door een proton dat stilstaat, zal er bij deze ombuiging een foton worden uitgezonden. Hoe lichter het element hoe meer het energie zal verliezen en dus meer foton energie uitstralen. Vermits de massa van een proton vele malen groter is dan die van een elektron zal de uitgestraalde energie (foton) bijna uitsluitend door het elektron veroorzaakt worden. Deze straling, of uitzenden van fotonen wordt "*Bremstrahlung*" genoemd maar vermits de snelheid van de elektronen zeer klein is zal ook het uitgestraald vermogen van deze fotonen zeer klein zijn. Wanneer echter de elektronen worden opgedreven naar een snelheid die de lichtsnelheid benadert dan zal deze straling zeer intensief zijn. Men spreekt dan over X-stralen en is de voornaamste energieleverancier in klystrons, maar in radio antennes leveren ze bijna geen straling in de antenne.

3.2.4 Verandering van snelheid

Wanneer door spanningsverschil het elektron een grotere versnelling heeft gekregen dan zal als het spanningsverschil wegvalt het elektron vertragen en het verschil van energie (een

element dat minder snel gaat heeft minder kinetische energie) zal het elektron uitzenden als een foton.

Wanneer aan de voet van een antenne-draad de (negatieve) spanning wordt opgedreven zullen de elektronen dichter tegen elkaar komen en tegelijkertijd ontstaat er een beweging van elektronen in de richting van de top van de antenne. De kans dat deze toegevoegde elektronen met de vrije elektronen in botsing komen is dus veel maal groter. Bij iedere (bijna) botsing wordt er energie uitgewisseld door het aanstormende elektron die afgeremd wordt, omdat volgens de wet van Coulomb gelijke ladingen elkaar sterker en sterker afstoten. Dit gaat gepaard met het uitstralen van een foton. De nog stilstaande, of mindersnel bewegende elektron absorbeert een groot gedeelte van dit foton energie waardoor dit elektron op zijn beurt een verhoogde snelheid krijgt. (Dit is de oorzaak van het ontstaan van een lopende golfbeweging). Dit verschijnsel is mooi weergegeven in de zo bekende Feynman diagrammen zoals weergegeven in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.** .

Heel dit verschijnsel kan men op een **analoge manier** voorstellen als een rij elastische ballen, de ene naast de andere, opgesloten in een koker die langs ene kant afgesloten is (de top van de antenne) en aan de andere kant voorzien is van een zuiger (zoals in een fietspomp) die op een zeker ritme (de eigenfrequentie van de koker) op en neer wordt bewogen en de elastische ballen samendrukt en weer laat ontspannen. Dit is weergegeven in **fig. 24: Analogie met ballen in een buis**. In deze macroscopische **analogie** kan men zeer goed volgen hoe bij het indrukken van de zuiger de eerste bal wordt samengedrukt. De ontstane druk wordt doorgegeven aan de volgende bal die op zijn beurt wordt samengedrukt en dit geeft dan weer aanleiding dat de volgende bal wordt samengedrukt enz...Tot men aan de laatste bal komt welke ook wordt samengedrukt maar deze spanning niet verder kan doorgeven omdat deze tegen een onsamendrukbare wand stuit. Hierdoor wordt de spanning op de wand zo hoog opgedreven dat deze de laatste bal nog meer samendrukt en er een spanning ontstaat in de tegenovergestelde richting. Dit doorgeven van de energie om achtereenvolgens de volgende bal samen te drukken heeft een zekere tijd geduurd. Deze duurtijd is alleen afhankelijk van de eigenschappen van de ballen en de lengte van de koker. Op het ogenblik dat de laatste bal tegen de wand wordt aangedrukt wordt de zuiger naar achter bewogen zodat er terug meer ruimte komt in de zuiger. Daardoor kan de spanning van de wand doorgegeven worden in de richting van de zuiger en de ballen terug hun oorspronkelijke vorm innemen.

In dit verhaaltje zijn er verschillende dingen te noteren.

- 1) De zuiger moet bewegen in een ritme dat gelijk is aan de tijd dat de druk heen en weer kan bewegen. Deze tijd is alleen afhankelijk van de eigenschappen van de ballen en de lengte van de koker, maar niet van de grootte dat de zuiger wordt ingedrukt. Dit laatste veroorzaakt alleen maar meer energie maar geen verhoging van het ritme. Dit is een klassieke regel die ook geldt bijvoorbeeld in een slingerbeweging. In elektronica woorden betekent dit dat eenzelfde antenne kan dus gebruikt worden om meer of minder vermogen uit te zenden, maar ieder antenne kan slechts optimaal gebruikt worden voor slechts één bepaalde frequentie. Een antenne uit koperdraad moet een zeer exacte lengte hebben om een bepaalde frequentie uit te zenden.
- 2) Een groot gedeelte van de energie die geleverd wordt aan de zuiger dient om de ballen te kunnen samendrukken, maar als de zuiger op tijd wordt losgelaten zal een groot gedeelte van de energie terugkomen en de zuiger naar zijn oorspronkelijke stand terug duwen, en zelfs, bij zeer elastische ballen verder dan het beginpunt uitzetten. Er gebeurt als het ware een uitdovende oscillatie als men eenmaal men de zuiger heeft ingedrukt men de zuiger gewoon loslaat. Maar niet alle energie komt terug, en een gedeelte gaat

verloren in de omgeving als warmte. Simpel bij het oppompen van een fietsband voelt men dat de pomp warm wordt. Deze warmte komt in de omgeving als warmte straling, en ook dit is een fotonen stroom. Vertaald in elektronica taal, of nog beter gezegd, in elektronische velden taal, dat de terugkomende energie zich afspeelt in het "**Near field**" en de warmte straling het eigenlijke stralingsveld uitmaakt of het "**Far Field**". Op deze termen Komen we later nog op terug.

- 3) Men ziet ook dat als de zuiger wordt ingedrukt dat de ballen niet alleen worden ingedrukt, maar dat ze ook van plaats verschuiven, en in die mate dat de eerste bal het meest opgeschoven wordt terwijl de laatste bal zich niet van plaats verandert, en alle ballen daar tussenin minder en minder opschuiven naargelang ze dichter tegen het einde van de koker liggen. Dit is analoog met stroom (wat een verplaatsing is van elektronen) en in dit voorbeeld ziet men dat aan de voet van de antenne er meer (wissel)stroom zal vloeien dan aan de top van de antenne waar geen stroom meer vloeit.

Algemeen besluit is dat in een antenne wordt een wisselende spanning aangelegd, en deze wisselende spanning gaat op en neer vanaf de voet van de antenne tot aan de top van de antenne, en geeft aanleiding tot een wisselende fotonen-stroom, waarvan een gedeelte terug wordt geleverd aan de zender, maar ook een gedeelte wordt uitgezonden als fotonen. Het verlies aan energie aan de fotonen die uitgezonden worden moet gecompenseerd worden door een bijkomend energie die bijgeleverd moet worden door de zender aan de voet van de antenne. Immers de totale som van alle energieën in een gesloten kring moeten gelijk zijn aan nul. Dit wil zeggen dat de zender zoveel vermogen moet leveren (10 Watt bv.) dan dat er uitgestraald wordt in de ruimte. (Dus 10 watt energie in de vorm van fotonen).

3.3 Voorstelling van fotonen emissie

3.3.1 Het Feynman diagram

Richard Feynman, Nobelprijs winnaar en grote geleerde en bijzonder getalenteerde professor heeft op een zeer begrijpelijke manier het ingewikkeld proces van de Quantum Electro Dynamica (QED) gevisualiseerd door zijn beroemde Feynman diagrammen. Deze diagrammen laten de interacties zien tussen partikels (zoals elektronen) en fotonen (of soortgelijke elementen) in een twee-dimensioneel vlak. De overdracht van energie en verandering van snelheid (of verplaatsing van een elektron na een zekere tijd) is weergegeven in een Feynman diagram (zie **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.**) voor een elektron dat een stilstaand elektron benadert en, door de wet van Coulomb wordt afgestoten. En dit veroorzaakt dat het ene elektron vertraagt (of tot stilstand komt) terwijl het andere elektron een versnelling krijgt en met een zekere snelheid zich in een bepaalde richting verplaatst.

De x-as stelt ééndimensionaal de plaats voor waar het elektron zich bevindt in functie van de tijd die weergegeven wordt door de y-as. Een rechte lijn naar boven betekent dan een stilstaand elektron dat zich gedurende een bepaalde tijd niet beweegt. Een schuine lijn echter betekent dat een elektron zich heeft verplaatst, voorwaarts of achterwaarts in functie van de tijd. De snelheid is dan niets anders dan de verhouding van $v = \pm \Delta L / \Delta t$

De slingerbeweging stelt de uitstraling van het foton voor (tegen de snelheid van het licht) en tegelijkertijd de absorptie van de foton energie door het stilstaand elektron dat zich daardoor

verplaatst met een zekere snelheid. Indien er geen energie verloren gaat zouden alle lijnen symmetrisch (elkaars spiegelbeeld) moeten zijn.

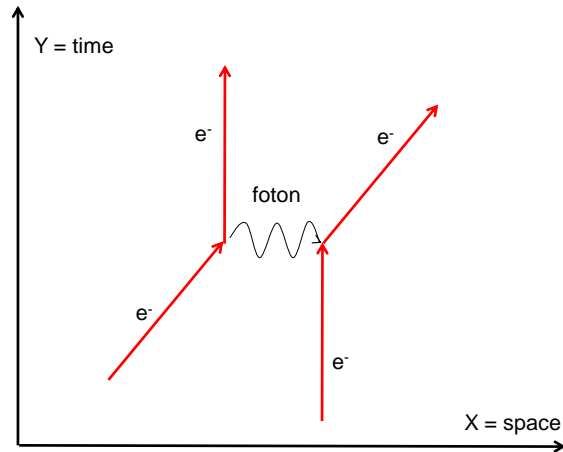


fig. 23: Feynman diagram

3.3.2 De cavity oscillatie

Wanneer we de tekening met de ballen in de koker nogmaals beter bekijken dan zien we dat iedere bal zich eigenlijk maar weinig verplaatst, en als het ware gevangen zit tussen zijn naburige ballen. Maar het heen en weer bewegen zal voor alle ballen in hetzelfde ritme gebeuren. Weliswaar zullen de ballen dicht bij de zuiger verder uitwijken, maar de oscillatie waarmee ze bewegen is voor iedere bal exact hetzelfde, maar in fase verschoven.

Veel bewegen is hetzelfde als stroom, over een bepaalde lengte immers $Q \cdot v = I \cdot l$

In zo een geval zullen alle fotonen die hierdoor worden uitgezonden dezelfde energie hebben namelijk $E = h \cdot \nu$ (zoals in een LASER of MASER). Dit meesleepeffect, deze stimulatie om dezelfde frequentie uit te zenden wordt, volgens de ontdekkers Bose en Einstein, het Bose-Einstein effect genoemd. De uitgesproken toepassing vindt men zoals vermeld de LASER, maar een antenne "kan" op analoge wijze gedacht worden als een cavity waarin de vrije elektronen zijn opgesloten.

Maar wanneer precies wordt er een foton uitgezonden?

Normaal gesproken zal aan de voet van de antenne een sinussignaal aan de antenne geleverd worden. Maar om de zaken eenvoudig te houden, laten we even veronderstellen dat de elektronen met een bepaalde constante snelheid heen en weer bewegen dan kan dit uitgebeeld worden als in figXX waarin de afstand l in functie van de tijd t is uitgezet. Op zijn verste punt verandert plotseling de richting van het elektron en met eenparige snelheid wijkt het elektron uit naar de andere kant. Dit veranderen van richting is hetzelfde als een verandering van de constante versnelling van $+a = +v/t$. naar $-a = -v/t$. Op het ogenblik van deze plotselinge verandering zal er een foton uitgezonden worden. En natuurlijk ook op zijn laagste punt wanneer $-v$ verandert in $+v$, zoals weergegeven in figXX.

Dit uitzenden van fotonen is identiek als het magnetisch veld $B = \mu H$. Noteer dat een magneetnaald langs een geleider waarin stroom vloeit alleen uitslaat als de stroom (van richting) verandert, en anders niet.

Dit fenomeen is oorzaak voor het allergrootste deel van de straling in de ruimte.

3.3.3 Bremsstrahlung

Wanneer een elektron in de nabijheid van een proton vliegt dan zal dat elektron door het proton aangetrokken worden, volgend de wet van Coulomb. Indien echter de snelheid van het elektron hoog genoeg is zal het elektron voorbij het proton vliegen maar wel een afbuiging ondergaan in de richting van het proton en van snelheid verminderen. Deze richtingsverandering gaat gepaard met een verlies aan (kinetische)energie. In zulke gevallen zal het elektron een foton uitsturen met een energie welke gelijk is aan $E_{\text{photon}} = E_1 - E_2 = h\nu$. Hierin is E_1 de energie van het elektron vooraleer het dicht bij het proton vloog en E_2 de energie die het nog overhoudt nadat het elektron het proton voorbijgevlogen is. Deze energie (en dus ook ν) is afhankelijk van de oorspronkelijke energie en de afstand tussen het elektron en het proton, en de lading van het proton.

Deze energie is echter zo klein dat deze manier van fotonen genereren weinig of geen bijdrage levert met het uitzenden van energie. Wanneer echter de elektronen dicht tegen de snelheid van het licht worden versneld dan levert deze vorm van straling de hoofdbrok van straling. Dit is het principe dat in een klystron wordt gebruikt om zeer hoogwaardige fotonen uit te zenden (deze fotonen noemt men dan X-rays. Maar we hebben gezien dat de snelheid waarmee de elektronen zich verplaatsen in een koperdraad in de orde van enkele millimeters per seconde zijn, en dus zich enorm veel trager voortbewegen.

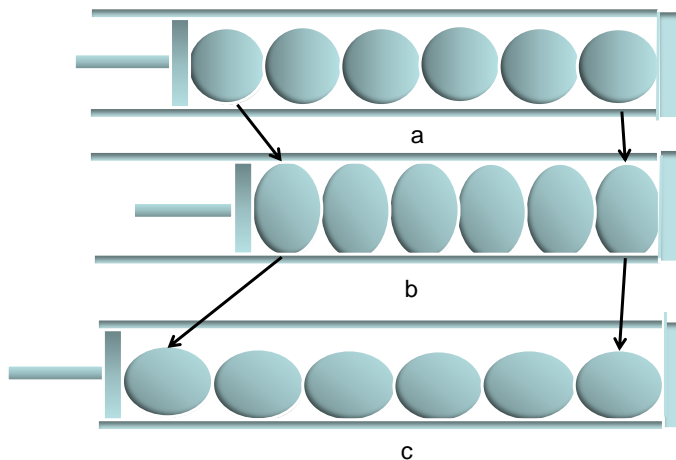


fig. 24: Analogie met bollen in een buis

4 Wat zijn radio stralingen?

De formule $E_{\text{photon}} = h \cdot \nu$ is meestal neergeschreven voor elektronen in gebonden toestand, bijvoorbeeld het foto-elektrisch effect waardoor verhitting van een element (bijvoorbeeld een koperdraad) er zoveel energie wordt toegevoegd dat de elektronen van een lagere schil naar een hogere schil springen, en na een zeer korte tijd terug naar een lagere schil vallen met het uitzenden van een foton. Dit is hier **niet** van toepassing. De energie toegevoerd aan de antenne door de spanning- en stroomveranderingen zijn veel te klein om dit effect te veroorzaken. Hier gaat het over **de vrije ongebonden elektronen** die in metalen, zoals koper of aluminium die bij kamertemperatuur vrij ter beschikking zijn in de koper of aluminium draad. Deze vrije elektronen kunnen echter door het spanning- en stroom toename of toename van het vermogen (en daarna afname) fotonen uitzenden. Maar ook hier blijft de formule van Planck, namelijk $E_{\text{photon}} = h \cdot \nu$ geldig.

Een antenne is een afgestemde (LC) kring waarin op regelmatige tijden de spanning wordt opgedreven (en als gevolg daarvan ook de stroom) en terug vermindert op een ritme van zeg maar 50.000.000 keren per seconde voor een 50 Mhz zender. Nu weet men dat in een afgestemde kring de spanning (en de stroom), Q (de kwaliteitsfactor) veel maal groter kan zijn dan bijvoorbeeld in de toevoerleiding, de coaxkabel. Hierdoor zullen er regelmatig, telkenmale de stroom toeneemt, een grotere golf van fotonen uitgezonden worden (door een wisselende verandering van de drift snelheid (v_d) van de elektronen).

Radiosignalen zijn dus golven van fotonen. En het ritme van de uitgezonden golven is f (bv. $F = 50 \text{ Mhz}$) is lager of hoger dan de frequentie (ν) van een foton, maar de gemiddelde frequentie (ν) zal gelijk zijn aan (f). Moest dit niet zo zijn dan zouden er gedurende die periode teveel energie uitgestraald worden. Maar er wordt niet meer energie van de bron geleverd, en als dusdanig zal ook de snelheid van de botsingen zich dusdanig gedragen zodat ze een gemiddelde energie omzet in fotonen welke gelijk is aan $P = n \cdot h \cdot \bar{\nu} = n \cdot h \cdot f$.

Daar door de resonantiekringen slechts een bepaalde frequentie wordt uitgestraald, namelijk de frequentie van de resonantiekring, is deze golfbeweging van fotonen een coherent verschijnsel. Nu weten we dat $f = \frac{c}{\lambda}$ met c = de snelheid van het licht (300.000 km/s) en λ de golflengte van de uitgestraalde zender.

De energie die nodig is om al deze fotonen (energie pakketjes) uit te zenden is juist de energie die de zender moet leveren. Een 2 Watt zender levert dus 2W fotonen energie, die uitgestraald wordt in de ruimte.

En toch ben ik nog steeds niet gelukkig met deze uitleg. Nergens vind ik een verklaring die aannemelijk is waarom de gemiddelde frequentie van de foton (ν) gelijk zou zijn aan de frequentie van de zender (f). Als de frequentie van ieder foton nu eens zo groot was en het aantal uitgezonden fotonen (n) eens zo klein dan blijft $P = \frac{n}{2} \cdot h \cdot 2 \cdot \bar{\nu} = n \cdot h \cdot f$ nog steeds juist te zijn. Klaarblijkelijk is dit ook mogelijk en kunnen zoals in een gesloten volume (Zie ook in de boeken van fysica naar Black-Box radiatie) alle mogelijke frequenties uitgezonden worden die

een n -voud zijn van de $\nu = \frac{c}{\lambda}$, met $c = 300.000 \text{ km/s}$ en $\lambda = \text{golflengte}$. Maar de kans dat deze resoneert op de grondfrequentie is vele malen groter dan dat het resoneert op zijn harmonischen. De beste uitleg heb ik gevonden in het boekje "Richard Feynman QED, the strange theory of light and matter" ISBN-13: 978-0-14-012505-4.

Maar veronderstel nu eens dat we 2 Watt willen uitzenden over een optische vezel of een laserstraal waarvan ik zeker weet dat de golflengte van het licht of een laserstraal in de geburen ligt van 5000 \AA wat gelijk is aan $5 \times 10^{-7} \text{ m}$.

Maar toch nog even deze bedenking. $E_{\text{photon}} = h \cdot \nu$ met $\nu = \frac{1}{T}$. Hierin is T gelijk aan de tijd van een periode van een golflengte en $\nu = \frac{l}{t} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$. Als nu $\nu = c \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ de snelheid van het licht en $l = \lambda$ de afstand van een golflengte dan is $E_{\text{photon}} = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ en ons vraagstuk is opgelost en de energie van een foton in de antenne heeft een frequentie die gelijk is aan $\nu = \frac{c}{\lambda}$. Maar fysisch blijft dat voor mij een raadsel, want hoe weet een foton in een antenne dat die golflente een lengte heeft van λ ?

Een voorbeeld om het iets aanschouwelijker te maken.

Gegeven: Een radio zender heeft een vermogen van 2 Watt en zendt dit uit met een frequentie van 50 Mhz.

Vraag: Hoeveel fotonen worden er uitgezonden gedurende 1 sec.?

Oplossing: De energie van 1 foton is gelijk aan

$$E_{\text{ph}} = h \cdot \nu = 6.626 \times 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}] \times 50 \times 10^6 \left[\frac{1}{\text{s}} \right] = 331,5 \times 10^{-28} [\text{J}]$$

Nu is $[J] = [W]$ Wanneer ik dus 2 W uitzend en de gemiddelde energie van 1 foton is

$$E_{\text{ph}} = 331,5 \times 10^{-28} [\text{J}] \text{ dan is het aantal fotonen } n \text{ per seconde gelijk aan } n \cdot E_{\text{ph}} = \frac{2W}{s} \text{ of}$$

$$n = \frac{2W / s}{331,5 \times 10^{-28}} \approx 6 \times 10^{26} \text{ photons/s}$$

Vraag: Hoeveel fotonen worden er dan uitgezonden gedurende 1 periode (p)?

Oplossing: vermits $p = \frac{1}{f}$ is dus het aantal fotonen gedurende 1 periode gelijk aan

$$n = \frac{6 \times 10^{26} \text{ photons/s}}{50 \times 10^6 / s} = 1.2 \times 10^{19} \text{ photons}$$

Gegeven: Een radio zender heeft een vermogen van 2 Watt en zendt dit uit met een frequentie van 50 Mhz, maar over een optische kabel of laserstraal met een golflengte van 5000Å

Vraag: Hoeveel fotonen worden er uitgezonden gedurende 1 sec.?

Oplossing: De energie van 1 foton is gelijk aan

$$E_{ph} = h \cdot \nu = h \frac{c}{\lambda} = 6.626 \times 10^{-34} [J \cdot s] \times \frac{3 \times 10^8 \left[\frac{1}{s} \right]}{5 \times 10^{-7} [m]} = 3,9756 \times 10^{-19} [J]$$

Nu is $[J] = [W]$ Wanneer ik dus 2 W uitzend en de gemiddelde energie van 1 foton is

$$E_{ph} = 3,9756 \times 10^{-19} [J] \text{ dan is het aantal fotonen } n \text{ per seconde gelijk aan } n \cdot E_{ph} = \frac{2W}{s} \text{ of}$$

$$n = \frac{2W / s}{3,9756 \times 10^{-19}} \approx 5 \times 10^{18} \text{ photons/s}$$

Vraag: Hoeveel fotonen worden er dan uitgezonden gedurende 1 periode (p)?

Oplossing: vermits $p = \frac{1}{f}$ is dus het aantal fotonen gedurende 1 periode gelijk aan

$$n = \frac{5 \times 10^{18} \text{ photons/s}}{50 \times 10^6 / s} = 1 \times 10^{11} \text{ photons}$$

Men ziet het enorm verschil in fotonen maar de energie per foton is in het laser geval opmerkelijk hoger. Wat ik hier wil benadrukken is dat de energie per foton geen enkel belang heeft alleen de energie welke gelijk is aan $E = n \cdot e$ is van belang.

2 Watt is dus de energie die nodig is om *gemiddeld* 6×10^{26} *photonen/s* uit te zenden, en daarvoor worden er gedurende 1 periode 1.2×10^{19} *fotons* uitgezonden als de gemiddelde energie per foton $331,5 \times 10^{-28} [J]$ bedraagt in het ene geval ofwel 5×10^{19} *fotonen/s* uit te zenden, en daarvoor worden er gedurende 1 periode 1×10^{11} *fotons* uitgezonden als de gemiddelde energie per foton $3,9756 \times 10^{-19} [J]$ bedraagt in de optische vezel of laser geval.

Noteer dat het best kan zijn dat geen één foton een frequentie heeft gelijk aan de zendfrequentie, maar nogmaals het *gemiddelde* van al deze uitgezonden fotonen zal gelijk moeten zijn aan de zendfrequentie, omdat de kans dat alle fotonen een energie hebben die groter is dan $h \cdot f$ bijzonder klein is. In beide gevallen zijn het nog steeds enorm grote getallen. Hoe deze massa fotonen zich gedragen in de ruimte is een zeer moeilijk begrip, het zijn immers massalozes elementen, maar het kan beschouwd worden als een wolk van fotonen die ergens in de ruimte intenser is dan weer verminderd op het ritme van de uitgezonden frequentie en verspreid als een boloppervlak dat steeds groter wordt. maar deze energie kan terug geabsorbeerd worden door een ontvangst antenne, en deze aanstormende fotonen-energie terug omzetten in elektrische energie (Watt). En daar gaat het hele verhaal over. Alleen vrije elektronen worden beïnvloed door de fotonen stroom, maar, indien de energie van de fotonen niet te hoog is zal deze fotonen stroom een rooster met gebonden elektronen (zoals ons lichaam

of de meeste voorwerpen) niet in het minst beïnvloeden, maar wel de vrije elektronen in de koper of aluminium (antenne) draad.

Vandaar dat ik in het vervolg van het verhaal steeds zal spreken over overdracht van **Energie** waarvan ik weet als gegeven hoeveel energie (Watt) ik moet oversturen. Hoe deze energie verpakt is, hetzij in een groot aantal energiepakketjes maar ieder pakketje heeft minder energie inhoud ofwel in een minder groot aantal energiepakketjes maar met meer energie per pakketje, of desnoods met een combinatie van meer energierijke pakketjes en minder energierijke pakketjes, heeft eigenlijk geen belang, als de totale energie maar ergens uitgestuurd worden in pakketjes.

4.1 De openingshoek van een antenne

Noteer dat er gesproken wordt over een area, het aantal fotonen per vierkante meter. Dit begrip drukt in feite de intensiteit van de stroom (fotonen of elektronen) uit, de samendrukbaarheid, zoals bv. In een regenvlaag die hevig kan zijn als er meer druppels per vierkante meter naar beneden valt ten opzichte van een zachte plonsbui. Dit begrip komt regelmatig terug en is van belang voor het berekenen van het vermogen een ontvangst antenne kan ontvangen. Dit noemt men de openingshoek of de aperture van de antenne. Deze aperture kan men berekenen voor iedere antenne en is voor een rechtopstaande $\lambda/4$ antenne gelijk aan de oppervlakte die omsloten wordt door 1 golflengte. Met ander woorden voor een zender van 50 Mhz is de golflengte $\lambda = 6 \text{ m}$, dan is de straal gelijk aan $R = 6\text{m}/2\pi$ en de oppervlakte is dan

$$A = (\pi R)^2 = 9/\pi [m^2] = 2,865 \text{ m}^2. \text{ Of algemeen } A_e = \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi}.$$

Dit begrip bepaald in feite hoe groot de oppervlakte rond de antenne is waarin zich fotonen (dus energie) bevinden en geabsorbeerd worden door de antenne. Dit is voorgesteld in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.**

Dit begrip komt ook terug indien we verder zullen spreken over het E_{near} het Elektromagnetisch veld in de geburen van de zendantenne waarvan de doorsnede gelijk is aan

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi}.$$

Noteer dat als we de analogie met water maken en een zuiger regelmatig op en neer laten bewegen dan zal het water dat in de omgeving van de zuiger blijft terug een opstuwende kracht in de zuiger veroorzaken. Al wat terug naar de zuiger gaat wordt niet omgezet in een golfbeweging. Hetzelfde fenomeen komt ook voor in luidsprekers die niet in een klankkas zijn ingebouwd. Ook hier zal een deel van de samengedrukte lucht ook aan de achterkant van de luidspreker geraken en als dusdanig is er minder lucht verplaatst in de voorwaartse richting.

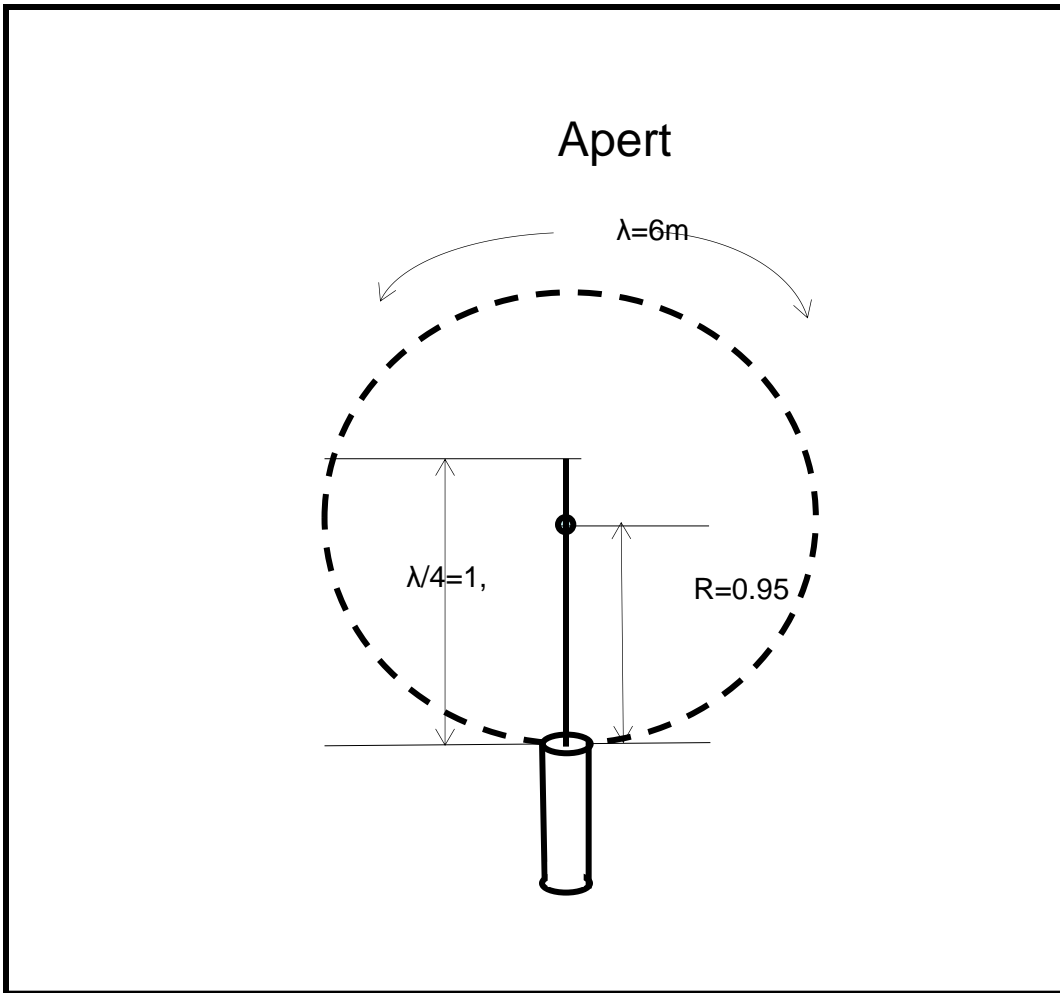


fig. 25: Aperture of openingshoek van een antenne

Vooraleer we in details gaan over de stralingspatronen is het van belang te weten dat wanneer het uitgestraald vermogen zich zou verspreiden in alle richtingen (wat nooit gebeurt, maar deze hypothetische antenne noemt men een isotropische, naar alle kanten stralende, antenne) dan zal het vermogen afnemen met het kwadraat van de afstand maal $4 \times \pi$. Noteer dat *OppervlakteBol* $= 4 \cdot \pi \cdot R^2$

Dus op een afstand R van de zendantenne verwijderd zal een ontvangst antenne een vermogen kunnen absorberen dat gelijk is aan $P_o = \frac{P_t}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot A_e = \frac{P_t}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi} = \frac{P_t \cdot \lambda^2}{(4 \cdot \pi \cdot R)^2}$

Hierin is $P_o = \text{Vermogen-ontvanger}$ en $P_t = \text{Vermogen-zender}$ en $A_e = \text{aperture-antenne}$. Dit is de fameuze formule van Friis.

Een voorbeeldje:

Gegeven een 50Mhz zender zendt een vermogen uit van 2 Watt.

Gevraagd: Hoeveel vermogen wordt er ontvangen door een $\lambda/4$ antenne die 1 km verder van de zender is opgesteld?

$$\text{Oplossing: } P_o = \frac{P_t}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot A_e = \frac{P_t}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi} = \frac{P_t \cdot \lambda^2}{(4 \cdot \pi \cdot R)^2} \text{ met } \lambda = \frac{300.000 \text{ km/s}}{50 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 6 \text{ m en}$$

$$P_t = 2 \text{ W} \text{ volgt dat op een afstand } R = 1 \text{ km } P_o = \frac{2 \text{ W} \cdot 6^2 \text{ m}^2}{(4 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^3 \text{ m})^2} = 0,456 \mu \text{ W}$$

Wanneer de antenne weerstand $36,5 \text{ Ohm}$ is dan is de spanning over de antenne

$$V_o = \sqrt{0,45 \mu \text{ W} \cdot 2 \cdot 36,5 \Omega} = 5,77 \text{ mV}$$

Maar maximale overdracht gebeurt als de ingangsimpedantie van de ontvanger gelijk is aan de impedantie van de antenne. En dus wordt

$$V = \sqrt{0,45 \mu \text{ W} \cdot 2 \cdot 36,5 / 2 \Omega} = 5,77 \text{ mV} / \sqrt{2} = 4,08 \text{ mV}$$

In deze eenvoudige berekeningen is er geen rekening gehouden met allerlei verliezen zoals slechte hoogte van de antenne ten overstaan van de grond, verliezen door weersomstandigheden, niet ideale aanpassing aan de antenne weerstand enz. maar langs de andere kant zal geen enkele antenne een isotropische antenne zijn maar lijkt het stralingsdiagram meer op twee zijlobben en die geven praktisch geen straling recht omhoog. De verhouding van de inhoud van deze zijlobben ten opzichte van de inhoud van een bol noemt men de antenne winst, en in het geval van een $\frac{\lambda}{4}$ antenne is deze winst ongeveer 1,5. Meer gedetailleerde informatie is terug te vinden in speciale boeken over antenne theorie, maar verder in dit document zal ik ook proberen uit te leggen hoe men op een min of meer eenvoudige wijze tot bijna dezelfde resultaten kan komen. Maar grosso modo een berekening maken zoals hierboven uitgevoerd geeft ons een idee hoe ver we met een zender-ontvanger kunnen communiceren indien we de gevoeligheid (in $\mu \text{ V}$) van de ontvanger en het uitgezonden vermogen (in W) en de frequentie (in MHz) van de zender kennen.

De opdracht en het verloop van dit document zal er in bestaan om een uitdrukking te vinden van het stralingsveld en de impedantie van de verschillende soorten antennes.

4.2 Waarom straalt een antenne en een coaxkabel niet?

Wanneer we terugblikken naar paragraaf 4.1 waarin uitgelegd werd hoe een (coax)-kabel kan voorgesteld worden door een aaneenschakeling van inductanties in serie en capaciteiten in parallel, dan zal wanneer de kabel niet is afgesloten met een belasting (een weerstand) dus volledig open, en de lengte van de kabel precies een lengte heeft van $L = \frac{\lambda}{4}$ dan zal, indien men een wisselspanningsbron aanlegt met een frequentie precies gelijk aan $f = \frac{c}{\lambda}$, de stroom door deze kabel praktisch gelijk zijn aan 0 ampère. Toch, door steeds de amplitude van de spanning te vergroten en te verminderen, zal er een stroom van fotonen tussen de binnenste draad en de mantel van de coaxkabel vloeien. De vermeerdering van spanning vermeerderd immers de toevoer van elektronen die botsen met de elektronen in rust en al zo deze elektronen doen bewegen, zodat ze een foton uitstralen. Maar wanneer de spanning vermindert zal het tegenovergestelde gebeuren en zal er een even grote stroom van fotonen in de

tegenovergestelde richting stromen. Beide compenseren elkaar zodat aan de bron geen extra stroom moet bijgepomd worden. Vermits $P = V.I$ zal als $I = 0$ het uitgestraald vermogen ook 0 zijn.

Maxwell noemde deze stroom tussen de platen van een capaciteit de inductiestroom.

Noteer dat een gelijkspanning aanleggen een opeenhoping van elektronen betekent, en daardoor de kans op botsingen tussen elektronen zeer groot blijft. Er worden dus continu fotonen uitgezonden, ook hier is $E_{photon} = h.\nu$ maar $\nu = \text{frekwentie}$ heeft hier geen enkele

relatie met een wisselspanning. Men noemt deze fotonen-stroom het $\vec{E} = \frac{\text{Elektrisch-veld}}{m^2}$

.Wanneer echter regelmatig de spanning wordt verminderd en vermeerderd zullen de elektronen minder en meer fotonen uitzenden. Deze golf van fotonen gaan wel degelijk op het ritme van de op en neergaande wisselstroom. De stroom fotonen door deze gebeurtenis

geproduceerd is oorzaak van wat het $\mu.c.\vec{H} = \frac{\text{Magnetisch-veld}}{m^2}$ genoemd wordt. Noteer dat

als de stroom op en af neemt ook de spanning ook op en af neemt, en met 0° graden fase verschuiving. Men kan dus besluiten dat een wisselstroom, wisselspanning, twee fotonen stromen doet ontstaan, maar er kan in feite geen verschil gemaakt worden tussen de een of de andere, en in de ruimte is $|\vec{E}| = \mu.c.|\vec{H}|$. Vermits het hier over vectoren gaan is de totale

fotonen-stroom $P = \sqrt{\vec{E}^2 + (\mu.c.\vec{H})^2}$ wat overeen komt met de sinus en cosinus component van een rondgaande beweging in de tijd.

Maar plooiën we onze coaxkabel open en leggen we de mantel aan de grond en laten we de binnenste draad recht naar boven staan, met een lengte precies aan $L = \frac{\lambda}{4}$ dan hebben we een antenne gemaakt zoals voorgesteld in **fig. 28**

Hier ook zal er een inductantie en een capaciteit zijn, maar de capaciteit en de inductantie, is nu niet meer symmetrisch en evenredig verdeeld tussen de draad en "mantel" van de coaxkabel, die nu uit geplooid aan de grond ligt. Het is door deze asymmetrie dat er een groot gedeelte van de fotonen stroom niet meer terug naar de draad vloeien, maar verloren gaan in de ruimte. Het compenseren van deze verloren gegane fotonen energie wordt gecompenseerd door energie te leveren, namelijk spanning en stroom te leveren. Dit is de kern waarom een antenne straalt en een coaxkabel niet.

Noteer dat een antenne een afgestemde kring is met een zeer grote Q-factor. Deze kan best 500 bedragen. Dit betekent dat het aantal fotonen in een antenne ook 500 maal meer bedragen dan in de coaxkabel.

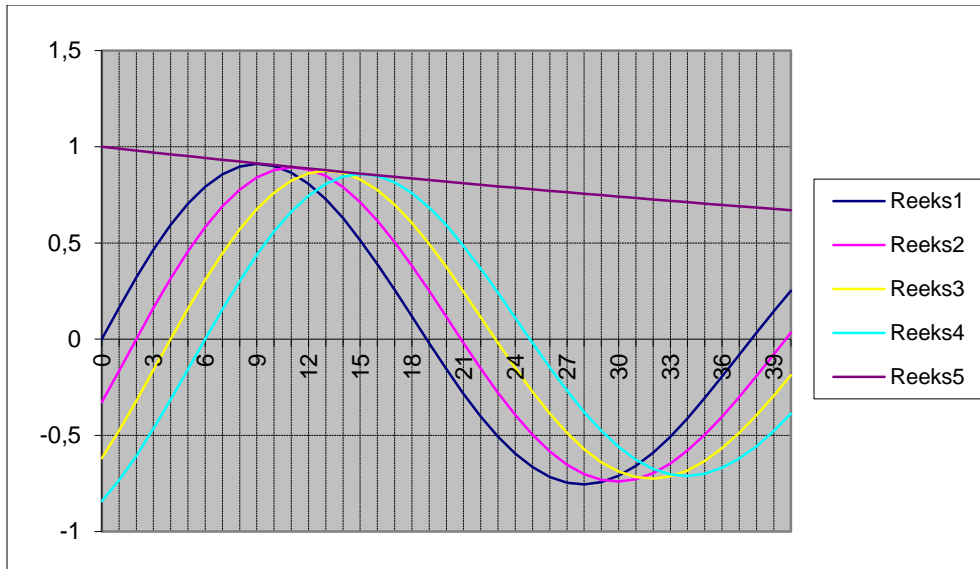


fig. 26

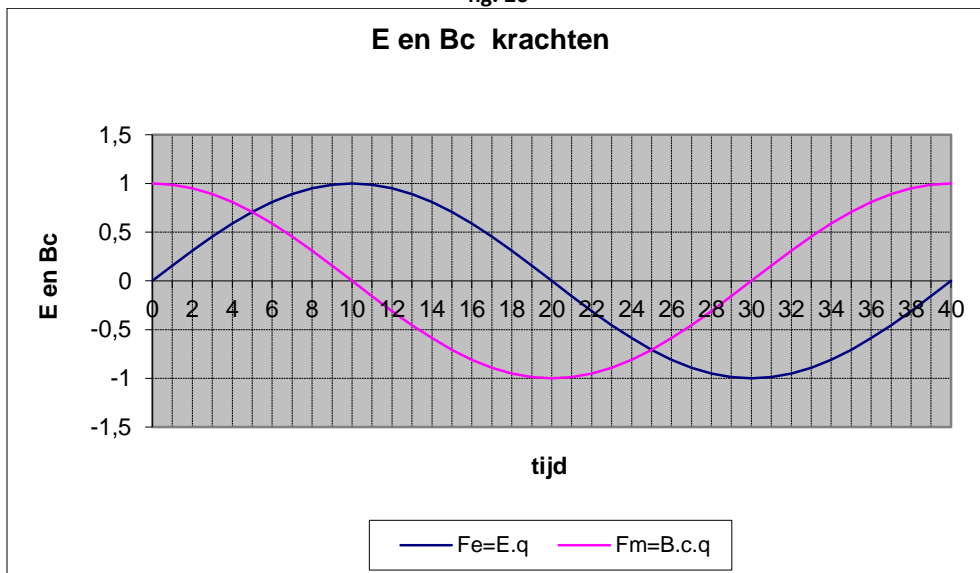


fig. 27

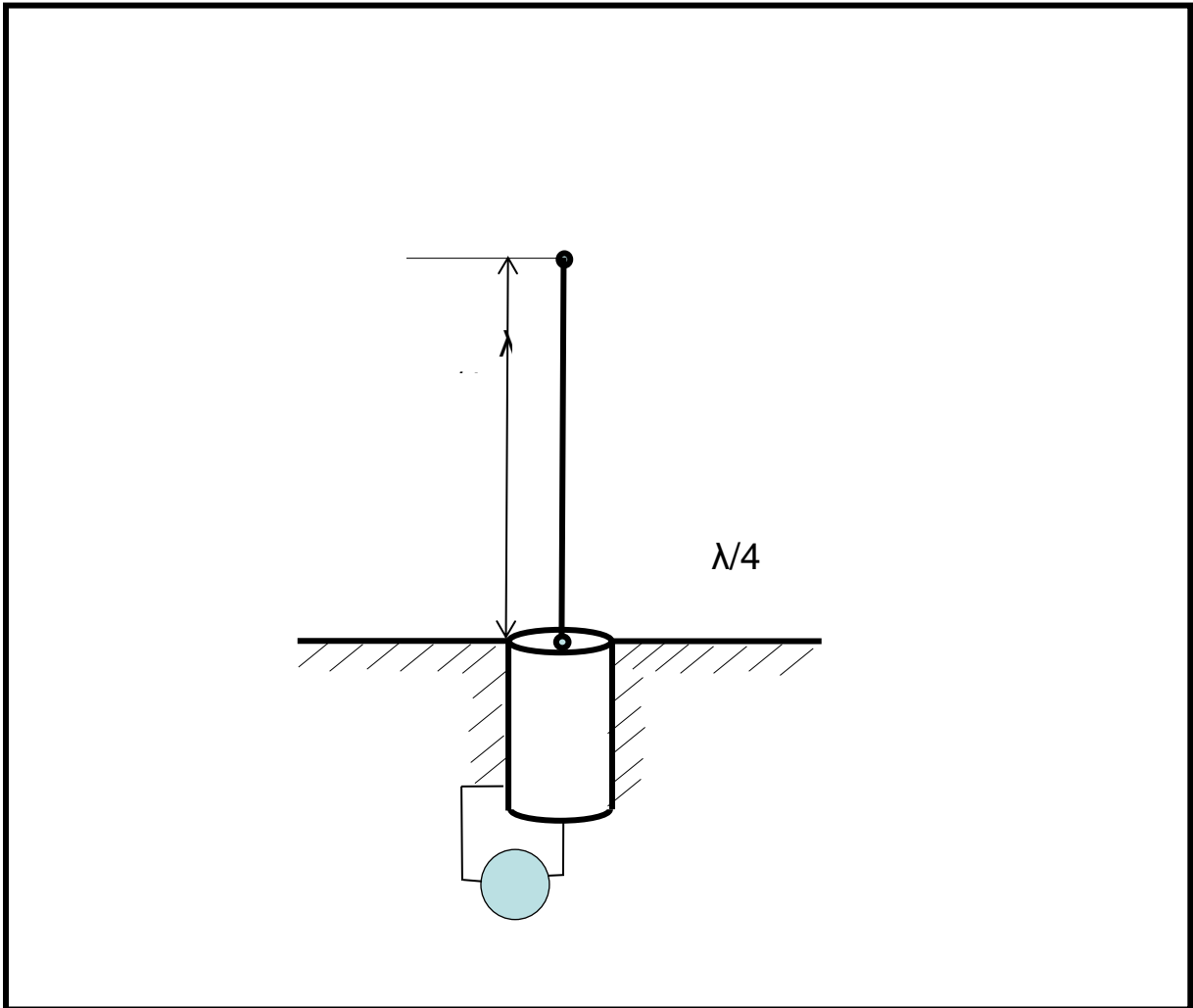


fig. 28

De volgende figuur toont het beeld van de spreiding van de capaciteiten van een antenne draad naar de grond. Een gelijkaardige figuur zou ook getekend kunnen worden met de verspreiding van de inductanties in de antenne draad.

Noteer dat de capaciteit ten opzichte van de grond vermindert met de hoogte en gelijk aan 0 wordt aan de top van de antenne, en het grootste aan de voet van de antenne.

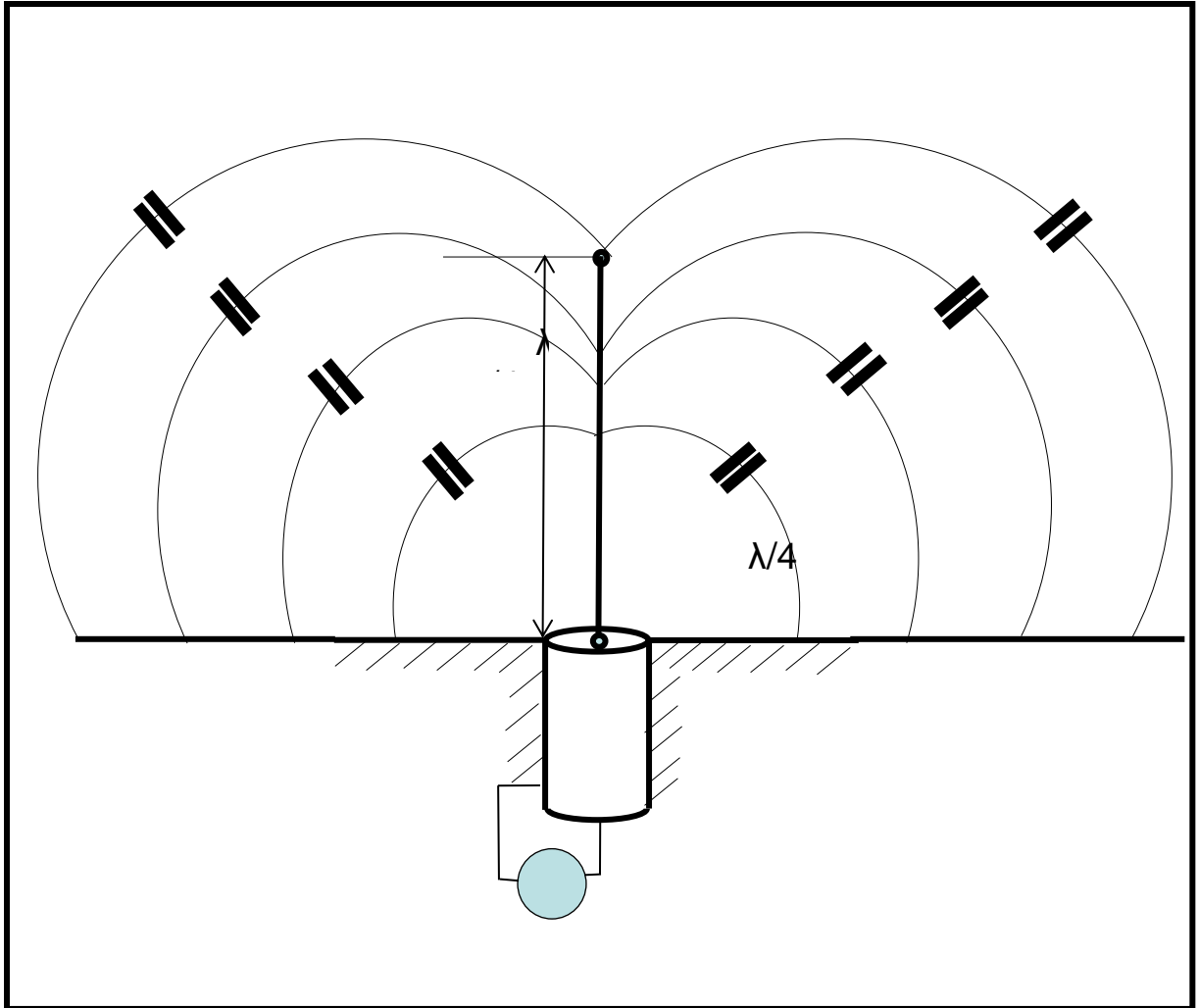


fig. 29

Op een zekere afstand van de antenne kan men dus de voortplanting van de energie voorstellen als in fig. 1, maar nu niet meer als dragers van elektronen maar als dragers van fotonen, dus energiepakketjes en met deze energievorm voorstelling gaan we verder redeneren.

Fig 2

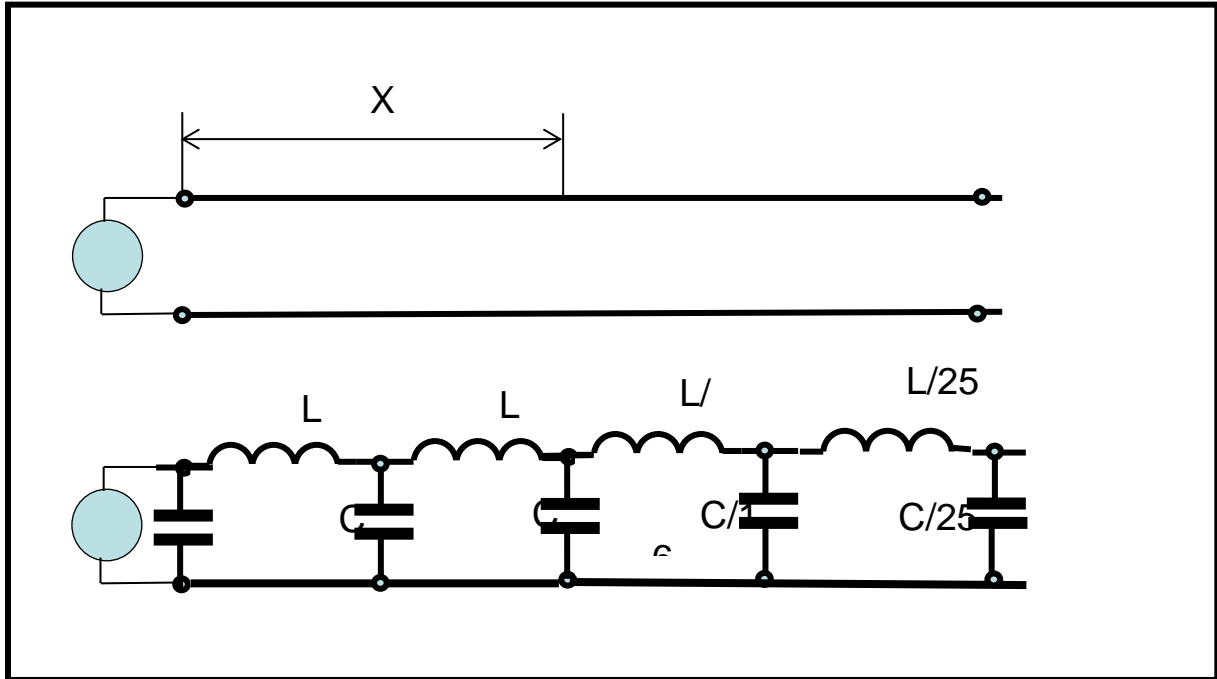


fig. 30

4.3 Wat heb ik op school geleerd over kracht (F) energie (E) en vermogen (P)?

Wat kracht eigenlijk is weten we niet, maar het gehoorzaamt aan, onder andere, de wet van Newton die zegt dat $F_K = m.a$ en de eenheid van kracht is de **Newton** $Kracht = F \rightarrow [N]$.

We noemen deze kracht $F_K = \text{kinetische-kracht}$ wanneer ze door een versnelde beweging ontstaat. Maar kracht is ook, bijvoorbeeld wanneer men een veer uitrekt, gelijk aan een veerconstante (een typische eigenschap van de veer) maal de afstand hoever men de veer uitrekt. Als ik een veer uitrek over een bepaalde afstand dan voel ik een kracht. Deze formule schijnt ook universeel te zijn of met andere woorden $F_p = k.x$. Men noemt deze

$F_p = \text{Potentiele-kracht}$ omdat zij statisch is maar wel de potentie heeft om er iets mee te doen.

Newton heeft nog een tweede wet geformuleerd, en deze zegt dat in een gesloten systeem is de som der krachten gelijk aan nul of anders gezegd, indien een gesloten systeem bestaat uit alleen de hiervoor genoemde krachten dan is $F_p + F_K = 0$

Energie is kracht F over een bepaalde afstand l , en hieruit volgt dat $\text{Energie} = F.l \rightarrow [N.m]$. Deze $[N.m] = [J]$ met dus **Joule** gedefinieerd als de eenheid van Energie.

Vermogen is de energie die men per seconde kan leveren en dus is Vermogen (P) gelijk aan (E/s) ofwel $P \rightarrow \left[\frac{N.m}{s} \right] = \left[\frac{J}{s} \right] = [W]$ met dus **Watt** gedefinieerd als de eenheid van Vermogen.

4.3.1 Kinetische Energie

Newton heeft een wetmatigheid neergeschreven die, hoewel onverklaarbaar, toch tot op heden op macroscopisch gebied schijnt te kloppen, namelijk $F_K = m.a$ met $m = \text{massa}$ en

$a = \text{versnelling} = \frac{dv}{dt}$ de verandering van snelheid per tijdseenheid.

Als $\text{Energie} = F.l$ energie gelijk is aan en $\text{kracht} = F_K = m.a$ dan kunnen we dit neerschrijven als volgt in differentieelvorm.

$$\int F_K . dx = \int m.a . dx \text{ maar nu is } a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \cdot \frac{dv}{dx} \text{ hierin is } \frac{dx}{dt} = dv \text{ en dus wordt}$$

$$\int F_K . dx = \int m.v \cdot \frac{dv}{dx} . dx = \int m.v . dv \text{ en uitgewerkt bekomen we}$$

$E_K = \int F_K . dx = \frac{1}{2} . m.v^2$ Dit noemen we de **Kinetische energie**, omdat zij veroorzaakt wordt door een massa in een versnelde beweging.

4.3.2 Potentiele Energie

Met die andere wetmatigheid, namelijk $F_p = k.x$ kunnen we ook gebruiken om de Potentiele energie uit te rekenen, want ook hier geldt als $\text{Energie} = F.l$ en $\text{kracht} = F_p = k.x$ dan kunnen we dit neerschrijven als volgt in differentieelvorm.

$$\int F_p . dx = \int k.x . dx \text{ en uitgewerkt bekomen we}$$

$$E_p = \int F_p . dx = \frac{1}{2} . k.x^2$$

4.3.3 Som der krachten is gelijk aan nul.

Indien een gesloten systeem bestaat uit alleen de hiervoor genoemde krachten dan is $F_p + F_K = 0$ dan is

$$k.x + m.a = 0 \text{ ofwel } m.a = -k.x \text{ en met } a = \frac{d^2x}{dt^2} \text{ volgt dat}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m} . x \quad (4.4.1)$$

Laten we dit toepassen op een sinusoïde beweging namelijk dat $x = A.\cos(\omega t + \delta)$ (4.4.2)

$$\text{Dan is } v = \frac{dx}{dt} = -A.\omega.\sin(\omega t + \delta)$$

$$\text{en } \frac{dv}{dt} = a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A.\omega^2.\cos(\omega t + \delta) \quad (4.4.3)$$

Uit (2) en (3) volgt dat

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 . x \quad (4.4.4)$$

Uit (1) en (4) volgt dan weer dat $\frac{k}{m} = \omega^2$ of $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Dus als

$$E_K = \int F_K \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ dan is ook}$$

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \text{ en met } x = A \cdot \cos(\omega t + \delta) \text{ is } \frac{dx}{dt} = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \delta) \text{ en}$$

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (-A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \delta) \text{ maar } \frac{k}{m} = \omega^2 \text{ en dus}$$

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{k}{m} \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \delta) \text{ ofwel}$$

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \delta) \quad (4.4.5)$$

Dit is weergegeven in **fig. 31**

Het merkwaardige in deze formule is dat de Kinetische energie niet afhangt van de massa. Dit is interessant als we het hebben over massaloze elementen.

Laten we dezelfde oefening herhalen maar met

$$E_p = \int F_p \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \text{ en met } x = A \cdot \cos(\omega t + \delta) \text{ volgt natuurlijk ook dat}$$

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \delta) \quad (4.4.6)$$

Indien we de kinetische en de potentiële energie optellen dan bekommen we

$$E_K + E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \quad (4.4.7)$$

en dit is een constante waarde en in een gesloten circuit is dit de totale energie

$$E_T = E_K + E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \quad (4.4.8)$$

$$\text{waarin } A = \sqrt{\frac{1}{k} \cdot E_T}$$

Noteer dat deze energie waarden hebben tussen 0 en A^2 en dat is logisch want het zijn energie pakketjes van fotonen en die hebben geen lading en dus ook geen positief of negatief teken. Ze zijn er en dan hebben ze een waarde, of ze zijn er niet en dan hebben ze een waarde gelijk aan 0.

Hier dus nogmaals leg ik de nadruk dat alle voorstellingen van een *E-veld* en een *H-veld* dat rond een as getekend is met positieve en negatieve waarden voor mij niet te begrijpen valt, meer nog, volledig zinloos is.

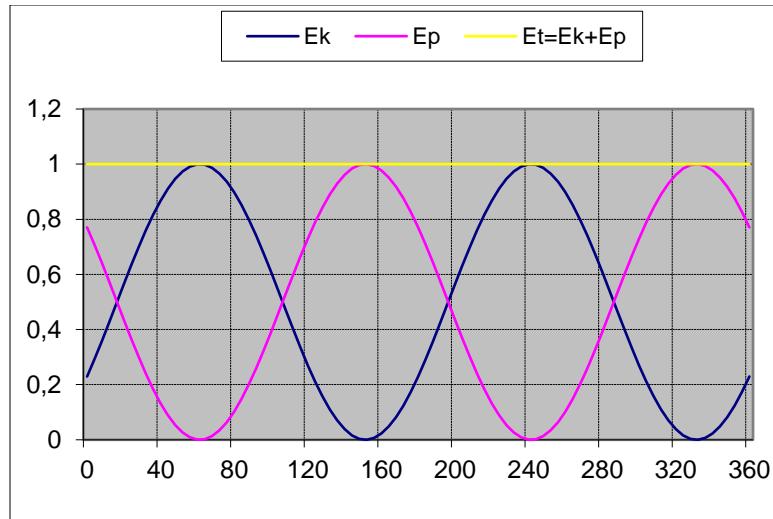


fig. 31

4.4 De relatie tussen Kracht (F)? Energie (E) en Vermogen (P) voor elektrische ladingen

Energie is kracht over een bepaalde afstand en daarom uitgedrukt in [N.m]. De eenheid van Energie is de Joule en dus $1[J]=1[N.m]$.

Vermogen is de energie die men per seconde kan leveren en dus is Vermogen (P) gelijk aan (E/s). In de elektronica wordt Vermogen uitgedrukt in Watt [W] en dus moet $1[W] = 1[N.m/s]$.

Nu is spanning uitgedrukt in Volts gelijk aan Energie per eenheid van lading of $1[V] = 1[N.m/C]$ met [C]=Coulomb de eenheid van lading.

Zo ook is stroom uitgedrukt in ampère gelijk aan de Lading per seconde of $1[A] = 1[C/s]$.

Als het vermogen in een elektrische keten gelijk is aan $(V).(I) = (W)$ dan moet dat kloppen met onze eenheden en jawel

$$1[V].1[I]=1[W] = 1[Nm/C].1[C/s] = 1[N.m/s].$$

Het is uiterst belangrijk dat men de relaties tussen de eenheden van het KMS stelsel (Kilogram, Meter, Seconde) en de bepalingen van andere eenheden in de elektronica zoals Volt, Ampère, Coulomb en nog vele anderen goed in het oog houdt, anders loopt men hopeloos verloren zeker wanneer men begint te spreken over Elektrische en Magnetische Velden, waar ik persoonlijk een grote hekel aan heb.

4.5 Relatie tussen zwaartekracht en Coulomb krachten

Dikwijls gebruik ik de analogie tussen water en elektronen om iets aanschouwelijk voor te stellen maar bij waterdruppels gaat het over massa's en die gehoorzamen aan de zwaartekracht, en bij elektronen over ladingen, en die gehoorzamen aan de Coulomb krachten.

Er zijn twee krachten in de natuur waarvan niemand weet wat ze precies zijn, namelijk de **zwaartekracht** en de **Coulomb** krachten of de krachten tussen geladen deeltjes. Wel weet men hoe groot die krachten zijn mits men een natuurconstante aanneemt. Ze lijken sterk op elkaar en worden als volgt geformuleerd:

$$F_g = \frac{G.m_1.m_2}{r^2} \text{ hierin is } G \text{ de natuurconstante en gelijk aan } G = 6.67.10^{-11} \frac{[N.m^2]}{[kg^2]} \text{ en}$$

zolang het graviton niet gevonden is zal niemand in de wereld kunnen uitleggen waarom die

constante nu juist die waarde heeft. Met de ontdekking van het bestaan van het Higgs deeltje zijn we een kleine stap verder gekomen, maar nog steeds zijn we ver van een verklaring.

$$F_e = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} \text{ hierin is } \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} = 8.99 \cdot 10^9 \frac{[N \cdot m^2]}{[C]}$$

uitleggen wat lading is zal ook deze natuurconstante ook niet uit te leggen zijn. Alleen experimenteel heeft men ondervonden dat deze wetten juist zijn.

Deze twee wetten zijn de dogma's in ons geloof in de fysica. Wie ze gelooft kan er mee werken, wie ze niet gelooft, gelooft ook niet in de natuurwetenschappen, of moet met een andere hypothese op de proppen komen. En geloof me er zijn andere hypothesen ontwikkeld die precies hetzelfde uitleggen. Wat vandaag in onze schoolboeken van fysica en natuurkunde staat is, in mijn inziens al hopeloos verouderd.

De ene wet gaat over massa's en is steeds een aantrekkende kracht, de andere wet gaat over ladingen die zowel aantrekkend als afstotend kan zijn naargelang de lading positief of negatief is. Ook hier weet niemand welk element nu eigenlijk een positieve waarde heeft of een negatieve. Bij conventie is algemeen aangenomen dat een elektron een negatieve lading heeft en een proton een positieve lading, terwijl stroom bij logisch denken van positief naar negatief potentiaal stroomt en dus in tegenovergestelde richting dan de elektronen.

Zie hier een paar spelereien om een idee te laten geven wat het verschil is tussen deze wetten toegepast op hetzelfde element.

Nemen we een glas water van 250 gr en we vragen ons af hoeveel lading (+ en -) er in dat glas is.

Met een beetje wetenschap geleend uit de scheikunde weten we dat de moleculaire massa van water is 18g en dus in 250g water zijn er $250/18 = 13.88$ mol. Elke mol heeft 6×10^{23} moleculen of er zijn $6 \times 10^{23} \times 13.88$ moleculen in een glas. Iedere molecule bestaat uit 2 H atomen en 1 O atoom. H heeft 2 elektronen en O heeft 8 elektronen dus samen 10 elektronen/molecule.

Als de lading van 1 elektron gelijk is aan 4.6×10^{-19} C dan is de totale lading van ons glas

$$Q_{glas} = 6 \cdot 10^{23} \cdot \frac{250}{18} [molec] \cdot 10 [electron/molec] \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} [Coulomb/electron] = 1.3 \cdot 10^7 [C]$$

Veronderstel alle elektronen van die 250gr water in één glas en alle protonen in een ander glas en 1 m van elkaar verwijderd. Wat is dan de aantrekkingskracht tussen deze twee glazen?

$$F_e = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} = 9 \cdot 10^9 [Nm^2 / C^2] \cdot \frac{(1.3 \cdot 10^7)[C] \cdot (1.3 \cdot 10^7)[C]}{1[m^2]} = 1.5 \cdot 10^{22} [N] \text{ dit is}$$

equivalent met een gewicht van 10^{18} ton!!!!!!

Wat is dan de aantrekkingskracht door de zwaartekracht tussen deze twee glazen?

Als men weet dat het gewicht van een elektron gelijk is aan $9.14 \cdot 10^{-31}$ kg en van een proton is $4.67 \cdot 10^{-27}$ kg en er evenveel neutronen als protonen zijn dan is

$$F_g = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} =$$

$$\frac{6,67 \cdot 10^{-11} [Nm^2 / kg^2] \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot \frac{250}{18} [elektr] \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} [kg] \cdot 2.6 \cdot 10^{23} \cdot \frac{250}{18} [prot] \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} [kg]}{1[m^2]}$$

$$= 30,5 \cdot 10^{-20} [N]$$

wat onmeetbaar klein is.

Dit gezegd zijnde kunnen we verder met ons onderzoek betreffende straling.

4.6 Krachten tussen Zender en Ontvanger

Om te kunnen begrijpen wat er omgaat tussen de zendantenne en de ontvangst-antenne moeten we enkele fundamentele gedragingen van geladen deeltjes nader bekijken.

De fundamentele wet tussen 2 geladen deeltjes in stilstaande fase is $F_e = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$.

Wanneer echter de deeltjes bewegen ten opzichte van elkaar met een zekere snelheid v_1 voor de snelheid van q_1 en insgelijks v_2 voor de snelheid van q_2 , dan weten we zoals uitgelegd in het hoofdstuk over "wat is een Inductantie of een Spoel?" dat diezelfde wet van Coulomb, en toegepast met de relativiteit theorie van Einstein er nog een extra kracht ontstaat namelijk F_m welke gelijk is aan

$$F_m = \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot v_1 \cdot v_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2 \cdot c^2}, \quad (4.7.1)$$

Wanneer echter slechts één van de ladingen beweegt en de andere stilstaat, verandert deze formule in

$$F_m = \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot v_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2 \cdot c} \quad (4.7.2)$$

en de totale kracht die tussen deeltjes ontstaat is dan

$$F_{em} = F_e + F_m = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} + \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot v_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2 \cdot c}$$

Even tussen haakjes

Vele mensen herkennen deze formule als $F_{em} = F_e + F_m = q \cdot \vec{E} + q \cdot v \cdot \vec{B}$ de Lorentzkracht.

Hierin herkent men direct dat $\frac{F_e}{q} = E = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$

Maar ook moet dan $F_m = \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot v_1 \cdot v_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2 \cdot c^2} = \frac{q_1 \cdot v_1 \cdot (q_2 \cdot v_2)}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2 \cdot c^2} = q \cdot v \cdot \vec{B}$ waaruit volgt dat

$$\vec{B} = \frac{(q \cdot v)}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2 \cdot c^2} \text{ Nu is } \mu = \frac{1}{\epsilon \cdot c^2} \text{ en } q = I \cdot t \text{ en } v = \frac{L}{t} \text{ . Vullen we dat in dan wordt}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu \cdot I \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \text{ en dit is niets anders dan de wet van Biot en Savart.}$$

Nog even deze bedenking. Wie kent er nog de dimensies van μ en ϵ ?

Wel deze is voor $\mu \left[\frac{N}{C^2} \cdot s^2 \right]$ Newton maal seconde kwadraat gedeeld door Coulomb in het

kwadraat en voor $\epsilon \left[\frac{F}{m} \right]$ Farad per meter. Wie in godsnaam kan zich hier iets van voorstellen?

Maar als we $\mu = \frac{1}{\epsilon \cdot c^2}$ omvormen tot $\mu \cdot c = \frac{1}{\epsilon \cdot c}$ en dan terug de dimensies invullen dan is in

dimensies $\mu.c = \left[\frac{N.s^2}{C^2} \right] \cdot \left[\frac{m}{s} \right] = \left[\frac{N.s^2}{C.C} \right] \cdot \left[\frac{m}{s} \right] = \left[\frac{V.s^2}{m.A.s} \right] \cdot \left[\frac{m}{s} \right] = \left[\frac{V}{A} \right] = [\Omega]$ en dit is

weerstand, en we zullen later bewijzen dat deze weerstandswaarde in de vrije ruimte gelijk is

aan 377Ω . Zo ook is $\varepsilon.c = \left[\frac{F}{m} \right] \cdot \left[\frac{m}{s} \right] = \left[\frac{C}{V.m} \right] \cdot \left[\frac{m}{s} \right] = \left[\frac{A.s}{V.m} \right] \cdot \left[\frac{m}{s} \right] = \left[\frac{1}{\Omega} \right]$ en natuurlijk gelijk

aan $\frac{1}{377\Omega}$.

Men ziet hier duidelijk dat men gedurende de beginperiode van de ontwikkeling van de elektriciteit zich vergist heeft van constante, en daarom hebben we tot vandaag nog altijd twee constanten μ en ε met onbegrijpelijke dimensies terwijl men dankzij Maxwell men er achter kwam dat beide constanten verbonden waren met de snelheid van het licht. Maar in plaats van zich aan te passen heeft men moedwillig blijven vastklampen aan die oude constanten.

Waar ik dus volledig verschil met de bijna alle natuurkunde boeken, is de volgende stap. Ik beweer niet dat het verkeerd is maar wel dat het nodeloos ingewikkeld en volledig abstract geworden is door \vec{E} en \vec{B} voor te stellen als twee vectoren die loodrecht op elkaar staan, maar niet dezelfde dimensies hebben, terwijl F_e en F_m wel degelijk **twee krachten** zijn die eenvoudig met elkaar opgeteld kunnen worden. Het zijn dus krachten die in **dezelfde richting** werken in **hetzelfde vlak**.

Dat \vec{E} en \vec{B} loodrecht op elkaar staan is alleen maar te verklaren als we toegeven met abstracte wiskundige begrippen bezig te zijn zoals het vermenigvuldigen van vectoren, maar ook niets meer verteld over de natuur van de zaak. Vandaar de oorsprong waarom het \vec{E} en \vec{B} veld in de lucht twee **velden** vormen die loodrecht op elkaar zich in het ijle voortbewegen weliswaar in fase zijn. Niets is minder waar. Tussen de twee antennes staat er een kracht $F_{em} = F_e + F_m$ in alle richtingen in **hetzelfde vlak** met een faseverschuiving van 90°

Dit is nogmaals verduidelijkt in **fig. 31**

Als de dimensies van $\frac{F_e}{q} = E$ gelijk is aan $\left[\frac{V}{m} \right]$ dan kan ik me dat voorstellen als een lijn

tussen twee spanningen (bijvoorbeeld de platen van een capaciteit) en dat de spanning afneemt van de ene plaat naar de andere met een zeker aantal volts per lopende meter.

Zo ook zal H met de dimensies $\left[\frac{A}{m} \right]$ iets moeten voorstellen dat de stroom tussen één punt en een ander punt afneemt met een zeker aantal ampères per meter. In een draad die steeds maar dunner en dunner wordt en dus zijn weerstand steeds maar grote en groter wordt kan ik met veel moeite me iets van voorstellen. Maar in de lucht, waar in godsnaam zijn die elektronen? Het is fysisch niet meer voor te stellen !!!

$B = \mu.H$ maar welke student weet nog wat voor dimensies dit heeft? Wel deze zijn

$\left[\frac{V.s}{A.m} \right] \left[\frac{A}{m} \right] = \left[\frac{V.s}{m^2} \right]$ of wel VoltageSeconde/vierkante meter. Probeer hier maar eens fysisch iets van voor te stellen!!!

Maar wanneer men $B.c$ (met c de snelheid van het licht en dus dimensies $\left[\frac{m}{s} \right]$) bekijkt, en als we nu nogmaals invullen namelijk $B.c = \mu.H.c$ dan krijgen we de dimensies

$\left[\frac{V \cdot s}{A \cdot m} \right] \left[\frac{A}{m} \right] \left[\frac{m}{s} \right] = \left[\frac{V}{m} \right]$ wat terug al iets fatsoenlijker wordt en dezelfde dimensies heeft als

$$E = \frac{F}{q}$$

En $E.H$ krijgt dan de dimensies van $\left[\frac{V}{m} \right] \left[\frac{A}{m} \right] = \left[\frac{W}{m^2} \right]$ dit is vermogen per vierkante

meter, of met andere woorden de energie die er per seconde door een doorsnede van één vierkante meter doorstroomt. En daarvan kan ik fysisch wel iets van voorstellen.

Men ziet duidelijk dat men in de beginperiode van elektriciteit voor magnetisme en elektrische krachten tussen ladingen iets **analoog** wou hebben als de wetten van Ohm, namelijk

$V = R.I$ of ook $P = V..I$ maar dan $\frac{V}{m} \cdot \frac{I}{m} = \frac{P}{m^2}$ wat men dan $E.H = P / m^2$ genoemd heeft.

Maar als men dan koppig blijft doordrammen dan moet men wel besluiten dat de “ether” een

weerstand heeft welke gelijk is aan $\frac{E}{H} = R$ met $R = 120.\pi$. Maar analogieën en fysische

werkelijkheid zijn totaal verschillende zaken.

4.7 De wetten van Maxwell

Vele boeken beschrijven het gedrag van Magnetisme en Elektrostatistische velden met het neerschrijven van de wetten van Maxwell, en dit voorstellen aan het lezerspubliek als iets vanzelfsprekend klaar en duidelijk, en zelfs nog niet de moeite doen wat deze wetten eigenlijk fysisch betekenen. Maxwell heeft dus een reeks wetten geformuleerd maar niets uitgelegd. Hij heeft een wiskundig verband gelegd, dat tot hertoe schijnt te kloppen, maar verklaart niets. Het is zelfs zo dat Maxwell er ook niet aan uit geraakte en daarom postuleerde dat er een “ether” moest bestaan, een soort fluidum, opdat wat hij neerschreef uitlegbaar, verklaarbaar zou worden.

Ik ben ervan overtuigd dat vele ingenieurs niet begrijpen wat magnetisme is, en maar al te blij zijn dat ze de wetten van Maxwell blindelings kunnen toepassen en zich geen zorgen maken over de fysische of tastbare betekenis van dit fenomeen.

Men heeft moeten wachten tot Einstein, die er wel een klare en duidelijke betekenis aan gaf met zijn relativiteit theorie. Het eigenaardige van dit alles is dat praktisch geen enkel boek over natuurkunde begint met de relativiteit theorie van Einstein om magnetisme uit te leggen, maar steeds weer beginnen met magnetische en elektrostatistische velden, twee louter wiskundige begrippen, die nog niemand gemeten heeft.

Hier in een notendop worden de wetten van Maxwell bewezen met als vertrekpunt alleen maar de wet van Coulomb zowel voor stilstaande ladingen als voor bewegende ladingen. Dikke boeken zijn hiermee gevuld en graag verwijs ik naar het boek Fysicus van Hans C. Ohanian uitgegeven in 1985 ISBN 0-393-95401-3, die volgens mij het best de moeilijkheden benadert, en

durft neerschrijven dat het invoering van $\oint E \cdot dS = \frac{Q}{\epsilon}$ en $\oint B \cdot dl = \mu \cdot I$ er alleen bijgesleurd

worden om de wiskundige integralen te vereenvoudigen ingeval de lading (of stroom) zich symmetrisch verdelen. Maar, volgens mij, het fysisch inzicht volledig verdoezelen.

Dit boek is ook het enige boek over fysica dat ik ken en dat ook een fatsoenlijke uitleg geeft over “Relativity and the magnetic field”.

Voor de mensen die opgevoed zijn met Maxwell, Biot en Savart en Gauss volgt hieronder een reeks van zeer eenvoudige bewijzen die allemaal vertrekken van de enige kracht die we aannemen als een dogma van de elektronica namelijk de wet van Coulomb voor stilstaande

ladingen namelijk $F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$ en voor bewegende ladingen $F = \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot v_1 \cdot v_2}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon \cdot c^2}$;

4.7.1 Wet van Gauss voor Elektrisch veld

$$\oint E \cdot dS = \frac{Q}{\epsilon} \quad \text{Wet van Gauss voor elektrisch veld}$$

Ik vertrek van slechts één vergelijking namelijk $F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$ wet van Coulomb voor stilstaande ladingen.

Per definitie is $\frac{F}{q} = E$ en de oppervlakte van een bol is $S = 4 \cdot \pi \cdot R^2$ dus is

$$\frac{F \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2}{q} = \frac{q}{\epsilon} \text{ ofwel } \frac{F \cdot S_{bol}}{q} = \frac{Q_L}{\epsilon} \text{ en dus ook}$$

$$\oint E \cdot dS = \frac{Q_L}{\epsilon} \quad (4.8.1)$$

Het enige wat deze wet meer zegt is dat het niet uitsluitend een bol moet zijn, maar dat men gelijk welke gesloten volume kan gebruiken.

4.7.2 Wet van ampère

$\oint B \cdot dl = \mu \cdot I$ Wet van ampère. Dit is niets anders dan een vertaling van de definitie van B , immers wanneer we definiëren dat $B = \frac{\mu \cdot I \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$ en hierin $L = 2 \cdot r$ dan is $B \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = \mu \cdot I$ hieruit volgt dat, vermits $Omtrek = 2 \cdot \pi \cdot r$ dat ook

$$\oint B \cdot dl = \mu \cdot I \quad (4.8.2)$$

Met dezelfde opmerking als hierboven, dat het gelijk welke omtrek kan zijn en niet alleen een cirkelomtrek, of anders gezegd:

Ik geef toe dat als de omtrek geen mooie cirkel is maar een willekeurige gesloten lijn dat dan de formule ook nog juist is.

4.7.3 Wet van Maxwell

$\oint B \cdot dl = \mu \cdot \epsilon \cdot \frac{d\Phi}{dt}$ Wet van Maxwell. Dit is niets anders dan $\Phi = \frac{Q}{\epsilon}$ definiëren en dus ook $d\Phi = \frac{dQ}{\epsilon}$ daarenboven weten we dat $dQ = I \cdot dt$ samen ingevuld geeft dit dat $I = \frac{d\Phi}{dt \cdot \epsilon}$ zodat $\oint B \cdot dl = \mu \cdot I$ wordt dan

$$\oint B \cdot dl = \mu \cdot \epsilon \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (4.8.3)$$

Wanneer (2) en (3) samen voorkomen is natuurlijk

$$\oint B \cdot dl = \mu \cdot \epsilon \cdot \frac{d\Phi}{dt} + \mu \cdot I \quad (4.8.4)$$

4.7.4 Wet van Faraday

$$\oint E \cdot dl = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{Wet van Faraday}$$

Voor het bijkomend magnetisch gedrag vertrek ik van de formule $F = \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot v_1 \cdot v_2}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon \cdot c^2}$ voor

bewegende ladingen, en met de definitie dat $v = \frac{L}{t}$ en $r = l$ kunnen we schrijven dat

$$\frac{F \cdot l}{q} = \frac{q \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot l \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot t^2} \quad \text{en vermits we weten dat } \mu \cdot \epsilon = \frac{1}{c^2} \quad \text{en } \frac{F}{q} = E \quad \text{en } q = I \cdot t \quad \text{volgt dat}$$

$$E \cdot l = \frac{\mu \cdot I \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot l \cdot t} \quad \text{Wanneer } l = r \quad \text{dan kunnen we de formule als volgt schrijven } E \cdot l = \frac{\mu \cdot I \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot r \cdot t} \quad \text{en}$$

voegen we hierin de definitie van $B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$ dan volgt dat

$$E \cdot l = \frac{B \cdot L^2}{2 \cdot t} \quad \text{en vermits } \frac{L^2}{2} = S \quad \text{met } S = \text{oppervlakte} \quad \text{dan is dus ook met } B \cdot dS = d\Phi$$

$$\oint E \cdot dl = \frac{B \cdot dS}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (4.8.5)$$

4.7.5 Wet van Gauss voor magnetisme

$$\oint B \cdot dS = 0 \quad \text{Wet van Gauss voor magnetisme.}$$

Deze wet zegt eigenlijk niets meer dan dat de som der krachten in een ruimte veroorzaakt door een bron gelijk is aan 0. Dit is in feite de optelsom van alle vectoren die allemaal gericht zijn naar hetzelfde punt namelijk de bewegende lading Q . De meeste natuurkundige boeken geven hier de uitleg dat magnetische velden altijd gesloten zijn, of nog anders gezegd, er zijn geen monopolen voor magnetische velden. Maar dit is allemaal ingewikkelde uitleg voor iets heel simpel.

4.8 Energie overdracht in de ruimte

4.8.1 Elektrisch Veld is gelijk aan Magnetisch Veld maal een constante

Hieronder nog enkele zeer interessante bewijzen die meer betrekking hebben over de energieoverdracht van een zender door de ruimte. En dit is wat ons voornamelijk interesseert.

$$E_\theta = c \cdot B_\theta$$

Uit de overbekende regel $F = q.v.B$ halen we als $v = c$ aan de snelheid van het licht en met de definitie dat $E_\theta = \frac{F}{q}$ bekomen we dat $\frac{F}{q} = c.B$ en dus

$$E_\theta = c.B_\theta. \quad (4.9.1)$$

Eigenlijk zegt dit dat in de ruimte het Elektrisch veld (vector) even groot is als het Magnetisch veld (vector) dat zich verplaatst met de snelheid van het licht.

Noteer dat E_θ en $c.B_\theta$ in hetzelfde vlak liggen, beide sinusoiden krachten zijn maar 90° in fase verschoven. Hierin is E_θ de potentiële kracht per lading en $c.B_\theta$ de kinetische kracht. (noteer $c \times B_\theta$). Door de slechte definitie van B_θ is de verwarring enorm groot in de meeste boeken van natuurkunde.

4.8.2 Relatie tussen Vermogen en Elektrisch Veld

Een zender heeft tot taak om energie $[N.m]$ in de ruimte te transporteren immers alleen vermogen $\left[\frac{N.m}{s}\right] = [V.A]$ dat zich in de ruimte verplaatst kan ook terug gedetecteerd worden en versterkt worden in een ontvanger.

$$u_E = \frac{1}{2} \cdot \epsilon \cdot E^2 \text{ hierin is } u_E = \frac{\text{Energie}}{\text{eenheid_volume}}$$

Vertrekkende van $F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$ en met de definitie dat $\text{Energie} = \text{kracht} \times \text{lengte}$

Dan is $U_E = F \cdot r = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$ Wanneer ik dan 2 ladingen heb dan is de totale energie, namelijk de energie van q_1 naar q_2 maar ook de energie van q_2 naar q_1 , verdeeld en gelijk aan

$$U_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{21}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \left(\frac{q_2}{r_{12}}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \left(\frac{q_1}{r_{21}}\right)$$

Nu is de definitie van spanning $V_1 = \frac{F \cdot r_1}{q} = \frac{q_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r}$ en zo ook van $V_2 = \frac{F \cdot r_2}{q} = \frac{q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r}$

zodat $V_1 - V_2 = \frac{q_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r} - \frac{q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r}$ Nemen we nu in plaats van q_1 en q_2 twee platen van een capaciteit dan is de oppervlakte van de bol $S_{bol} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ vervangen door de oppervlakte van de

plaat S van de capaciteit zodat $V = \frac{F \cdot r}{q} = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r} = \frac{Q \cdot r}{\epsilon \cdot S}$

Dit ingevuld geeft $U_E = \frac{Q \cdot V_1}{2} - \frac{Q \cdot V_2}{2} = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot (V_1 - V_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q \cdot Q \cdot r}{\epsilon \cdot S}$. Dit kan nog anders

geschreven worden namelijk als $U_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q \cdot Q \cdot r}{\epsilon \cdot S} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{Q}{\epsilon \cdot S}\right)^2 \cdot \epsilon \cdot S \cdot r$

Nu is $S \cdot r = \text{volume}$ en $\frac{Q}{\epsilon \cdot S} = E$ dit ingevuld geeft dan

$$U_E = \frac{1}{2} \cdot \epsilon \cdot E^2 \cdot \text{volume} \text{ zodat uiteindelijk}$$

$$u_E = \frac{1}{2} \cdot \epsilon \cdot E^2 \quad (4.9.2)$$

4.8.3 Relatie tussen Vermogen en Magnetisch Veld

$$u_B = \frac{1}{2 \cdot \mu} \cdot B^2$$

Vertrekken we van de definitie van de spanning over een inductantie namelijk $V_L = -L \cdot \frac{di}{dt}$

en dan is natuurlijk ook $V_L \cdot I_L = -L \cdot I_L \cdot \frac{di}{dt}$

Nu is de definitie van energie gelijk aan $U_B [N.m] = V_L \left[\frac{N.m}{C} \right] \cdot Q_L [C] = V_L \cdot I_L \cdot t [N.m]$ of

$dU_B = V_L \cdot I_L \cdot dt$ vullen we de vorige formule hier in dan bekommen we $dU_B = L \cdot I_L \cdot di \cdot \frac{dt}{dt}$ en

integreren we dit dan bekommen we $\int dU_B = \int L \cdot I_L \cdot di$ ofwel $U_B = \frac{1}{2} L I^2$

Vullen we hierin de vroeger gevonden waarde van inductantie in, namelijk $L = \frac{\mu l^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$ en

halen we uit de definitie van $B = \frac{\mu \cdot I \cdot l}{4 \cdot \pi \cdot d}$ of $I = \frac{B \cdot 4 \cdot \pi \cdot d}{\mu l}$ dan wordt

$$U_B = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu l^2}{4 \cdot \pi \cdot d} \cdot \left(\frac{B \cdot 4 \cdot \pi \cdot d}{\mu l} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot B^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot d^2 \text{ nu is } 4 \cdot \pi \cdot d^2 = \text{volume}_{bol} \text{ of}$$

$$U_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot B^2 \times \text{volume} \text{ zodat uiteindelijk}$$

$$u_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot B^2 \quad (4.9.3)$$

4.8.4 Weerstand van de ruimte

$$\frac{E_\theta}{H_\theta} = 376,99 \Omega$$

Vermits $B = \mu \cdot H$ en vermits we gevonden hebben dat $E_\theta = c \cdot B$. Volgt dat $\frac{E_\theta}{H_\theta} = \mu \cdot c$ en

met $\mu = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{V \cdot s}{A \cdot m} \right]$ en $c = 3 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s} \right]$ volgt dat

$$\frac{E_\theta}{H_\theta} = \mu \cdot c = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{V \cdot s}{A \cdot m} \right] \cdot 3 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s} \right] = 120 \cdot \pi = 376,99 \Omega \quad (4.9.4)$$

Met andere woorden, de ruimte heeft een weerstand van $376,99 \Omega$. Dit resultaat kan men best gebruiken om het vermogen te berekenen dat door het luchtruim verplaatst wordt.

Ook al kan ik fysisch niet begrijpen wat eigenlijk een weerstand van de ruimte is. De ruimte veroorzaakt geen enkele remming of weerstand op de fotonenstroom. Weer kom ik tot de bevinding dat men tot rare logische besluiten moet komen door de ruimte op te delen in velden.

4.8.5 Elektrisch Veld maal Magnetisch Veld is Vermogen per vierkante meter

$$E_\theta \cdot H_\theta = \frac{\text{Vermogen}}{m^2}$$

Noteer dat $E_\theta = \left[\frac{V}{m} \right]$ en $H_\theta = \left[\frac{A}{m} \right]$ en dus

$$E_\theta \cdot H_\theta = \left[\frac{V}{m} \right] \cdot \left[\frac{A}{m} \right] = \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.9.5)$$

en dus het overbrengen van deze twee velden is wel degelijk de overdracht van vermogen per vierkante meter.

Noteer dat wanneer $E_\theta = \left[\frac{V}{m} \right]$ en $H_\theta = \left[\frac{A}{m} \right]$ uitgedrukt worden in $E_\theta = E_o \cdot \sin(\omega t)$

en $H_\theta = H_o \cdot \cos(\omega t)$ dan is $P_o = E_o H_o / 2$.

Een kleine frustratie verwerken.

Wie zich bezig houdt met sinusoïde signalen die zich voortplanten in de ruimte, en dus duidelijk meetbaar zijn, zou zich moeten houden aan twee hypothesen, namelijk wat uitgezonden wordt zijn ofwel partikels (fotonen) ofwel golven.

Beide hypothesen hebben de onhebbelijkheid dat ze geen massa hebben en daardoor alleen al ons begripsvermogen te boven gaan. namelijk dat iets massaloos energie kan overbrengen.

Maar zolang we blijven geloven in de wet van Coulomb namelijk $F_e = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$ en ladingen ook

geen massa vertegenwoordigen en energie $E_e = F_e \cdot l = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} \cdot l$, nemen we aan dat energie

kan bestaan uit massaloze ladingen. Eigenaardig genoeg fotonen hebben geen lading en geen massa en toch zijn het transporteurs van energie.

Voor golven is het juist hetzelfde. Noteer ook dat we deze energie alleen gewaar worden als we in de fotonen zwerm een partikel met een lading en massa (bv. Een elektron) plaatsen.

-Ofwel dus fotonen, die wel degelijk gemaakt worden in de antenne, en zich als een zwerm van miljarden fotonen zich rechtlijnig voortplanten, maar de intensiteit van deze fotonen zwerm vermindert of vermeerdert op het ritme van de uitgezonden frequentie. Deze fotonen planten zich voort met de snelheid van het licht, totdat ze aan de ontvangstantenne aankomen, waar een gedeelte van de overgebleven fotonen geabsorbeerd worden door de antenne en terug in staat zijn om elektronen ritmisch in beweging te krijgen.

-Ofwel zijn het zuivere golfbewegingen, ook weerom gemaakt in de antenne, die de "ether" doen golven, en dank zij het Doppler effect ook een voortplantende beweging veroorzaken, en aldus waarneembaar zijn.

Maar a.u.b. stopt ermee aan leerlingen en studenten te verkopen dat stralingen ontstaan uit twee velden, die zichzelf onderhouden, en daarbij in fase zijn en ook nog loodrecht op elkaar.

- 1) in fase: dat betekent dat deze velden (het E en H of soms B of soms zeer zelden $B.c$) soms beiden een waarde van 0 hebben, en dus zou uit het niets terug twee velden ontstaan met amplitude E en H (of B) (???)
- 2) Twee velden die loodrecht op elkaar staan. Maar als men twee vectoren optelt die loodrecht op elkaar staan krijgt men een veld dat 45° ten opzichte van elkaar staan (???)
- 3) E en B zijn niet even groot, zelfs meer, je kunt ze niet optellen omdat ze niet dezelfde dimensies hebben. Het is werkelijk appels met citroenen optellen en dat geeft fruit maar niets meer zinnigs kan er aan gegeven worden. Het is $B.c$ dat dezelfde dimensies

heeft als E . Immers $E = \frac{F}{q} = \left[\frac{N}{C} \right] = \left[\frac{V}{m} \right]$ dus de dimensies Volt/meter. Nu is

$$B = \mu.H = \left[\frac{V.s}{A.m} \right] \cdot \left[\frac{A}{m} \right] \text{ dus Volt.sec/meters}^2 \text{ maar } B.c = \left[\frac{V.s}{A.m} \right] \cdot \left[\frac{A}{m} \right] \cdot \left[\frac{m}{s} \right] = \left[\frac{V}{m} \right] \text{ en}$$

dan klopt de rekening.

- 4) Vermenigvuldigen van twee vectoren namelijk $\vec{B} \cdot \vec{c} = \text{oppervlak}$ en de **WISKUNDE** zegt ons dat we dit niet meer in hetzelfde vlak kunnen uitdrukken, maar dat deze oppervlakte waarde uitgebeeld wordt door een vector (in ons geval $\vec{B} \cdot \vec{c} = \vec{E}$) welke loodrecht op het vlak van $B.c$ staat. Dit is weergegeven in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.fig. 32**

Als $\vec{B} \cdot \vec{c} = \vec{E}$ dan is $\vec{B} \cdot \vec{c} \cdot \vec{E} = \vec{E}^2$ en dat is de oppervlakte van een vierkant. Als we deze

oppervlakte delen door een weerstand R dan bekommen we $\frac{\vec{E} \cdot \vec{E}}{R} \left[\frac{V}{m} \right] \cdot \left[\frac{I}{m} \right] = P \left[\frac{W}{m^2} \right]$ het

vermogen per vierkante meter in de ether. En vermits de stralingsweerstand $R_s = 120.\pi$

Is dit vierkant de uitdrukking van het vermogen per vierkante meter gedeeld door een constante factor (namelijk de schijnbare weerstand van de lucht).

Maar ook hier weer, de lucht (of de ether of het vacuüm) geeft niet de minste weerstand aan de fotonen (of de straling of een golfbeweging) Waar die weerstand zich bevindt is voor mij een volkomen raadsel.

E en B.c

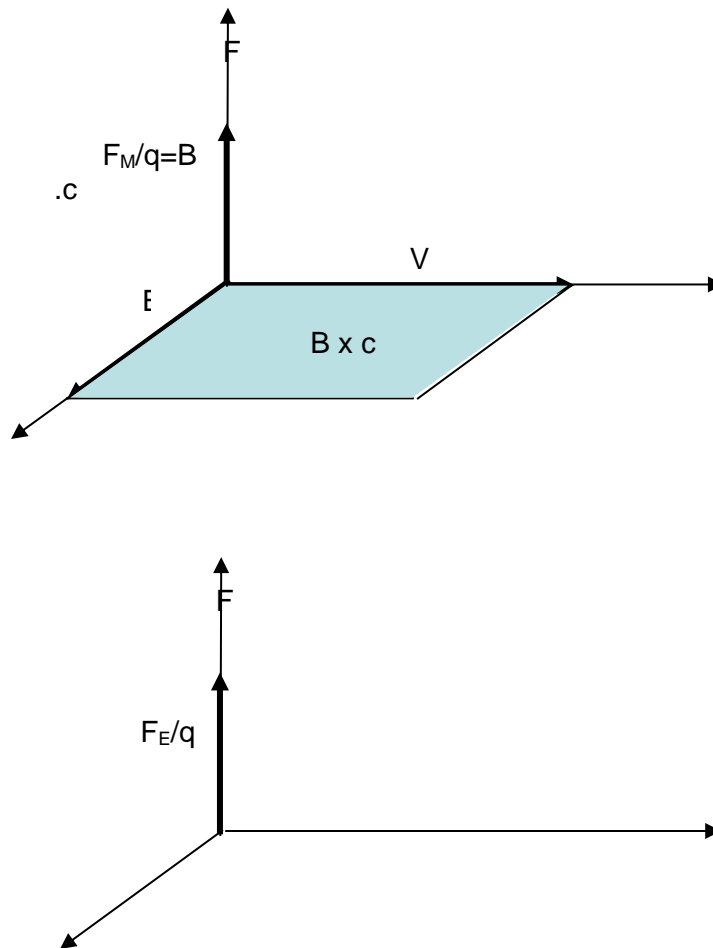


fig. 32

Het belangrijkste waarover het gaat wanneer we spreken van straling is de overdracht in de lucht van energie. Nu weten we dat iedere slingerbeweging **kan** opgesplitst worden in een Potentiele energie en een kinetische energie. De som van beiden zijn op ieder moment in de tijd gelijk aan de totale energie overdracht.

De algemene formules over Potentiele en Kinetische energie voor slinger of ronddraaiende of sinusoidale bewegingen zijn:

voor potentiele energie is dit gelijk aan $E_p = \frac{1}{2} k \cdot A^2 \cdot \cos^2(\varpi \cdot t + \delta)$ wat best overeenkomt

met paragraaf 4.9.3, met $k = \varepsilon$ en $A = E = \frac{F_E}{q}$ en dus

$$E_p = E_E = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot E^2 \cdot \cos^2(\varpi t + \delta)$$

en dat de kinetische energie is $E_k = \frac{1}{2} k \cdot A^2 \cdot \sin^2(\varpi t + \delta)$. Hierin is $k = \frac{1}{\mu}$ en

$$B = \frac{\mu \cdot q \cdot c}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{\mu \cdot q \cdot c}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \text{Wanneer we hierin ook nog de uitdrukking van } E = \frac{F}{q} = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \varepsilon$$

inbrengen dan bekommen we $B = E \cdot \mu \cdot \varepsilon \cdot c$ en met $\mu \cdot \varepsilon = \frac{1}{c^2}$ volgt dat $B = \frac{E}{c}$ en dus wordt

$$E_K = E_M = \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{E}{c} \right)^2 \cdot \sin^2(\varpi t + \delta).$$

Het is nu een klein kunstje om aan te tonen dat $\delta = -\frac{\varpi \cdot x}{c}$ wat leidt tot de algemeen

gekende formule $\sin(\varpi t + \delta) = \sin \varpi \left(t - \frac{x}{c} \right)$

Beiden energie componenten hebben dezelfde dimensies en liggen in hetzelfde vlak. Dit is voorgesteld in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.fig. 33**

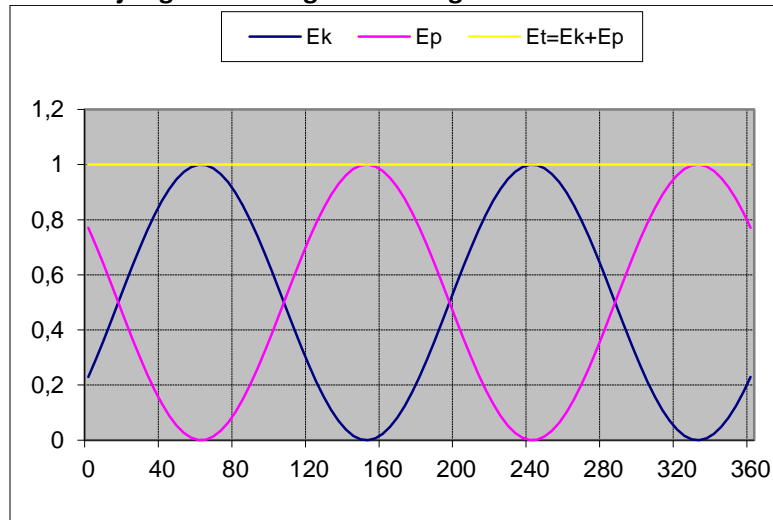


fig. 33

De som van beiden is

$$E_T = E_p + E_k = \frac{1}{2} k \cdot A^2 \cdot \cos^2(\varpi t + \delta) + \frac{1}{2} k \cdot A^2 \cdot \sin^2(\varpi t + \delta) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \text{ en dat is een}$$

constante waarde.

Noteer dat deze constante vermindert met het kwadraat van de afstand als de straling bolvormig naar alle kanten wordt uitgestraald.

Niet het Elektrisch Veld of het Magnetisch Veld worden uitgestraald maar de energie velden E_p en E_k .

Deze voorgestelde 'energie velden' zien er volkomen anders uit dan de meeste boeken over fysica, natuurkunde en antenne theorie laten zien. Maar deze hier getoonde 'velden' zijn logisch

duidelijk en de dimensies zijn in orde, en volkomen toepasbaar op alle vormen van overdracht van energie door een medium, toepasbaar op watergolven, overdracht van energie door de vaste stof of op radiogolven.

Noteer dat deze velden nooit een negatieve waarde hebben, zij variëren tussen 0 en een maximum waarde $E_{K,P_{\max}} = \frac{1}{2} k \cdot A^2$. Dit is logisch daar dit fotonen zijn, die als ze uitgezonden worden een positieve waarde hebben, en als er geen uitgezonden worden dan is de energie bijdrage gelijk aan nul.

Noteer ook dat deze Energie velden het uitzicht hebben van een sinus en cosinus maar met een offset van de halve amplitude. Daarom lijken deze velden 180 graden uit fase zijn ten opzichte van elkaar, maar tegelijkertijd is de som van beide energievelden op elk ogenblik gelijk aan 4. Dit in tegenspraak met de som van een sinus (Elektrostatisch veld) en cosinus (Magnetisch veld) signaal wat steeds een andere sinus (of cosinus) signaal oplevert, maar nooit een constante energie overdracht kan leveren.

Het verschil tussen golven op het water, of golven van geluid of voortplanting van golven in metalen, of het op en neer bewegen van springveren en stralingsgolven is dat al deze golven een medium nodig hebben behalve stralingsgolven. Dit medium is water, lucht, metaal enz. Maar stralingsgolven geraken door het luchtruim of zelfs vacuüm en hebben dus geen media nodig om energie te kunnen overdragen. Zelfs al gebruiken ze een medium, bv. Een glasvezel dan zal dit medium alleen maar de snelheid kunnen veranderen maar de glasvezel zelf trilt niet mee.

Alle golven zijn plaatselijke bewegingen van het medium dat op en neer of/en links en rechts lokaal beweegt. Straling niet. Straling bestaat uit fotonen en die worden vanuit een bron uitgezonden en verdwijnen in de ruimte maar keren nooit terug.

De meeste golven doen het medium op en neer gaan, bv. water, en het medium heeft dus een positieve of negatieve verplaatsing ten opzichte van zijn rusttoestand, of bv. in metalen een links en rechts beweging van het metaalrooster, en hier ook is er dus een positieve en negatieve verplaatsing ten opzichte van de rusttoestand.

Zelfs in een elektrisch circuit bestaande uit een serieschakeling van een capaciteit en spoel (of ook een parallel schakeling van capaciteit en spoel) gaan de elektronen op en neer en verplaatsen zich rond een evenwichtstoestand. Noteer zoals reeds vroeger is aangehaald, de verplaatsing van de elektronen naar links en rechts is slechts enkele nano- of micrometers. Maar de gemeten stroom (aantal elektronen per seconde die zich verplaatsen) en spanning (tekort of teveel aan elektronen over de spoel of capaciteit) hebben een positieve of negatieve waarde ten opzichte van de rusttoestand.

Stralingsgolven die uitsluitend bestaan uit het uitzenden van fotonen hebben geen lading, gaan NOOIT op en neer, en verplaatsen zich steeds rechtlijnig met de snelheid van het licht (in vacuüm of in de lucht). Fotonen kunnen wel weerkaatsen op een oppervlak dat vrije elektronen heeft, bv. Een koper- of aluminiumplaat. Hier echter is er steeds sprake van een opname van fotonen door de vrije elektronen die dan op hun beurt door deze toename van energie terug fotonen uitzenden.

Fotonen hebben slechts één richting, namelijk van de bron naar de ruimte. Wat de golfbeweging maakt is dat er ogenblikken zijn dat er fotonen geproduceerd worden, en uitgezonden en andere ogenblikken dat er minder (of geen) fotonen uitgezonden worden, en dit gebeurt op een ritmische wijze. Maar NOOIT is er sprake van een negatieve fotonen stroom, of

een foton dat op en neer golft. Noteer dat gedurende de halve periode dat er negatieve spanning over een LC-circuit gemeten wordt er ook fotonen geproduceerd worden. Dus straling wordt bepaald door het zijn (of meer zijn) van fotonen en het niet zijn (of minder zijn) van fotonen. Ieder foton is een energiepakketje, en de grootte van deze energie is gelijk aan $e = h\nu$ waarin $h = 6.63 \times 10^{-34} \left[\frac{Nm}{s} \right]$ de constante van Planck. Hoe groot dat ν is weet ik niet, maar gemiddeld genomen moet ν gelijk zijn aan de uitgezonden frequentie f . Dit is het verschil tussen quantum dynamica en de macro wereld. De vrije elektronen bewegen zich gezamenlijk als een gas of een waterkolom en genereren een stroom van fotonen maar deze fotonen worden niet geproduceerd door het verspringen van (vaste) elektronen naar een hogere schil. Daarom is de formule $e = h\nu$ met ν een frequentie afhankelijk van het materiaal hier niet van toepassing.

In water gebeurt de energieoverdracht door het medium zelf. De bron heft of drukt een hele hoop waterdruppels in of uit het water tot op tot een zekere hoogte en daardoor worden de naburige waterdruppels (door hun cohesiekracht) meegesleurd, waardoor deze zich verplaatsen naar links en rechts en ook op en neer en deze opgeslagen potentiële en kinetische energie doorgeven aan hun naburige waterdruppels. En zo rimpelt deze golfbeweging vanuit de bron naar de oeverkant. Noteer dat ook hier de waterdruppels zich slechts enkele centimeters links en rechts of op en neer verplaatsen maar nooit vanuit de bron naar de oever golven. Fotonen verplaatsen zich wel.

Dus stralingsgolven kan men dus voorstellen als het aanstormen van een hoop fotonen (energiepakketjes) en die daarna terug verdwijnen, als een zwerm bijen die voorbij vliegt, en dit op een zeer snelle ritmische manier de ene zwerm fotonen na de andere telkens met de tussenpauze van een periode.

Wanneer men dit beeld steeds voor ogen houdt, kan men min of meer een gedacht vormen van wat er zich afspeelt als een radiozender een radiosignaal uitzendt. Begrijpen echter is voorlopig onmogelijk, en de fysica zal nog veel moeten rekenen en experimenteren vooraleer dit eenvoudig alledaags verschijnsel een fatsoenlijke begrijpelijke uitleg krijgt.

- 5) De overdracht van het **Vermogen** heeft niets te maken met de snelheid c of met de Potentiële of/kinetische energie maar alleen zoals reeds is aangehaald met het product van $\frac{P}{m^2} = E.H$. Vermits de 'ether' zich gedraagt als een zuivere weerstand zal ook de spanning en de stroom in fase zijn.

Om toch tegemoet te komen aan hen die graag met $E.H$ werken zie hier een klaar en duidelijk verband.

We weten dat $H = \frac{I}{2.\pi.r}$ of $H.2.\pi.r = I$ Zo ook hebben we voor de definitie van

spanning $\frac{F}{q}.l = E.l = [V]$ dan is $H.2.\pi.r.E.l = I.V = [W]$ en vermits $2.\pi.r = lengte$

en ook $l = lengte$ is $H.E = \frac{W}{2.\pi.r.l} = \left[\frac{W}{m.m} \right] = \left[\frac{N.m}{s.m^2} \right]$

5.1 De fysische benadering van straling

Laten we eerst ons iets zeer eenvoudig afvragen, namelijk vloeit er een stroom door een capaciteit? Indien we definiëren op fysisch gebied, dat wil zeggen wat er in werkelijkheid gebeurt en dus meetbaar is, wat stroom is dan is de enige definitie van stroom is het verplaatsen van elektronen. Nu tussen de platen van een condensator gaat er **geen enkele elektron** van de ene kant van de plaat naar de andere kant van de plaat door de ruimte tussen de platen van de condensator. Maar er worden door de voedingsbron elektronen onttrokken aan de ene kant van de condensator plaat zodat deze positief geladen wordt en tegelijkertijd worden vanuit de bron elektronen verplaatst naar de andere plaat van de condensator zodat deze plaat negatief geladen wordt. Maar vermits het effect van deze gebeurtenissen **precies** hetzelfde is **alsof** er stroom door de capaciteit loopt zegt men dat er toch een stroom door een capaciteit vloeit. Maxwell noemde dit de **inductiestroom** welke meestal met de letter **J** wordt aangeduid.

Wat springt er dan wel over tussen de platen van een condensator? Zolang dat er elektronen worden bijgevoegd langs de ene kant en elektronen worden onttrokken aan de andere kant zullen er *fotonen* uitgestuurd worden. Wanneer echter de capaciteit opgeladen is (en de spanning even groot is als de voedingsbron, stopt het uitzenden van nog meer fotonen. Op dat ogenblik is er een lading Q_1 op de ene plaat en een lading Q_2 op de andere plaat, waartussen de Coulomb krachten voor stilstaande ladingen geldt. Men kan dus besluiten dat de inductiestroom **J** evenredig is met het aantal fotonen dat uitgezonden wordt gedurende de lading van de capaciteit.

Wat blijft er dan nog over? Niets. Er verandert niets er gebeurt niets maar er is een **toestand** ontstaan, of liever een verandering in de toestand ontstaan die een onderscheid maakt tussen een lege capaciteit en een geladen capaciteit. Deze toestand **noemt** men een **Elektrisch veld** **E**. Er blijft toch iets over namelijk een kracht **F**, namelijk de protonen (positieve lading) aan de ene kant trekken de elektronen (negatieve lading) aan. En moesten de platen van de condensator aan dunne draadjes opgehangen zijn dan zouden deze twee platen elkaar aantrekken en tegen elkaar gaan plakken.

Om dit uit te drukken is het elektrisch veld gedefinieerd als $E = \frac{F}{Q}$ waarin volgens de wet

van Coulomb $F = \frac{Q_+ \cdot Q_-}{\epsilon \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2}$.

Kunnen we de spanning over een capaciteit meten? Iedereen heeft de neiging van hierop bevestigend te antwoorden, maar bij nader toezicht als wij een voltmeter over een capaciteit aansluiten onttrekken we een beetje spanning van de capaciteit om een stroom te kunnen meten. We meten, hoe je het keert of draait steeds het verplaatsen van elektronen en dat is

stroom maar geen spanning. Vanaf het ogenblik dat we proberen te meten verstoren we de toestand van de condensator en meten we niet exact de spanning van de capaciteit.

Heeft de afstand dat de platen van elkaar staan een invloed op de lading of verandering van lading?

Neen, alleen moeten we er voor zorgen dat de fotonen die uitgestraald worden niet verloren gaan. Dit kunnen we doen bijvoorbeeld door de ene plaat van de capaciteit in het brandpunt te plaatsen van een metalen parabool en aan de andere kant juist hetzelfde. Zodat alle uitgestraalde fotonen terug gecaptureerd worden aan de andere plaat. Alleen zullen die fotonen iets later aankomen vermits fotonen zich niet sneller kunnen verplaatsen dan de snelheid van het licht. Nu is snelheid maal tijd niets anders dan de afgelegde weg (als ik 20km/uur fiets gedurende 2uur dan heb ik $20[km/u] \times 2[u] = 40[km]$ afgelegd) en dus zullen de fotonen een vertraging hebben die gelijk is aan $t = \frac{r}{c}$. Hierin is r de afstand tussen de platen en $c = 3 \times 10^8 [m/s]$ de snelheid van het licht.

Veronderstel dat één plaat van de capaciteit een bolvorm heeft en ver verwijderd staat van een andere platte plaat van bijvoorbeeld $1m^2$ hoeveel fotonen zullen er gemeten worden op die plaat van $1m^2$.

Bij een bolvormige capaciteitsplaat zullen de uitgezonden fotonen zich in alle richtingen uitstralen. (Men noemt dit een isotropische straling) en dus zal het aantal fotonen op een zekere afstand verdunnen, verminderen. Deze vermindering is omgekeerd evenredig met het volume van een bol welke gelijk is aan $V_{bol} = 4.\pi.r^2$. Als de andere plaat ver verwijderd staat kan men de bolcapaciteit beschouwen als een punt. Met andere woorden dat alle lading geconcentreerd is in een punt. Noemen we N het aantal fotonen dat uitgezonden wordt, dan zullen er op een afstand verwijderd per vierkante meter (als ook r in meters is uitgedrukt) $\frac{N}{4.\pi.r^2}$ fotonen gedetecteerd worden. Vermits fotonen energiepakketjes zijn zal ook de energie uitgestraald door de isotropische bolvormige capaciteit met deze factor verminderen.

Is dan een plaat op een plaats en verder verwijderd een andere even grote plaat gelijk aan een zender?

Indien we ervoor zorgen dat tussen deze platen de fotonen niet verloren gaan in de omgeving dan zou op het eerste zicht er geen verschil bestaan. We zouden bijvoorbeeld de plaat in het brandpunt van een parabool kunnen plaatsen en voor de ontvangst kant juist hetzelfde. Een wisselspanning aanleggen aan de ene plaat (zou ook een bol kunnen zijn) zal dus fotonen uitzenden naar de andere plaat (of bol). Maar er is echter een groot verschil tussen een plaat of bol en een antenne. Een antenne is een afgestemde kring, een resonantie kring, en we weten dat in een resonantiekering de stroom een Q -factor groter is dan in de toevoerdraden. Het aantal fotonen die door een antenne worden uitgezonden zijn dus ook Q maal groter. Indien men dit blijft onthouden hebben we dus hier niets anders dan het uitzenden via paraboolantennes uitgelegd.

5.2 De wiskundige benadering van straling

5.3 Relatie tussen Elektrisch, Magnetisch veld en vermogen

Reeds vroeger hebben we bewezen dat het uitgestraald vermogen gelijk is aan

$$\frac{P}{m^2} = E.H$$

maar met de wetenschap dat $H = \frac{E}{\mu.c}$ en $\mu = 4 \times \pi \times 10^{-7}$ en $c = 3 \times 10^8$ volgt dat

$$\frac{P}{m^2} = \frac{E^2}{\mu.c} = \frac{E^2}{120 \times \pi} \quad (4.12.1)$$

of ook

$$\frac{P}{m^2} = \mu.c.H^2 = 120.\pi.H^2 \quad (4.12.2)$$

en dus volgt hieruit dat

$$E = \sqrt{P.120.\pi} \quad (4.12.3)$$

of ook

$$H = \sqrt{\frac{P}{120.\pi}} \quad (4.12.4)$$

Dus iets uitdrukken in $E \left[\frac{V}{m} \right]$ of $H \left[\frac{A}{m} \right]$ is dus hetzelfde als iets uitdrukken in $\frac{P}{m^2} \left[\frac{W}{m^2} \right]$.

Maar dan vermenigvuldigt met een constante factor. Maar van vermogen hebben we allemaal een zeer goed begrip terwijl een elektrisch of magnetisch veld voor ons voorkomt als iets

magisch. Maar wanneer ergens in de literatuur iets wordt uitgedrukt in $E \left[\frac{V}{m} \right]$ dan kunnen we

dit eenvoudig ook omvormen tot $\frac{P}{m^2} \left[\frac{W}{m^2} \right]$, immers met $E \left[\frac{V}{m} \right]$ en met de wetenschap dat

$P = V.I$ en $I = \frac{V}{R}$ en vermits we berekend hebben dat de weerstand van de ether gelijk is aan

$120.\pi = 376.99[\Omega]$ volgt dat $\frac{P}{m^2} \left[\frac{W}{m^2} \right] = \frac{E^2 \left[\frac{V^2}{m^2} \right]}{120.\pi[\Omega]} = \frac{E^2}{120.\pi} \left[\frac{W}{m^2} \right]$ en dus ook

$$\sqrt{\frac{P}{m^2} \left[\frac{W}{m^2} \right]} = \frac{E}{\sqrt{120.\pi}} \sqrt{\left[\frac{W}{m^2} \right]} \quad (4.12.5)$$

En in deze formule zijn we verlost van het kwadraat en daarom zullen we verder rekenen met

$E = \frac{F}{Q} \left[\frac{N}{C} \right]$, welke de dimensies van Newton per Coulomb heeft. Als we nog eventjes spelen

met de dimensies en weten dat $V = \left[\frac{N.m}{C} \right]$ dan wordt $\left[\frac{N}{C} \right] \cdot \left[\frac{m}{m} \right] = \left[\frac{V}{m} \right]$ wat de gangbare

dimensies zijn voor E (het Elektrisch veld).

De fysische betekenis van deze oppervlakte in Vermogen per vierkante meter is dat deze oppervlakte de area bepaald rond de antenne waarvan de fotonen gevangen worden door de antenne. Later kom ik hier uitgebreid op terug.

Een klein voorbeeldje.

Veronderstel dat ik een isotropische zender heb die $2W$ uitzendt. Wat is dan het Elektrisch veld op $1km$ van de zender. We hebben dit vraagstuk als eens eerder opgelost. En we moesten toen het ontvangen vermogen vermenigvuldigen met $A_e [m^2]$. Als we dus $A_e [m^2] = 1[m^2]$ dan is het ontvangen vermogen op $1km$ afstand gelijk aan

$$P_r \left[\frac{W}{m^2} \right] = \frac{P_t}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \left[\frac{W}{m^2} \right] = \frac{2}{4 \cdot \pi \cdot 1000^2} = 0.159 \left[\frac{\mu W}{m^2} \right] \text{ en het Elektrisch Veld}$$

$$E_r = \sqrt{P_r \cdot 120 \cdot \pi} = \sqrt{0.159 \cdot 10^{-6} \cdot 120 \cdot \pi} = 7.745 \left[\frac{mV}{m} \right]$$

Of nog korter samengevat

$$E_r = \frac{1}{r} \sqrt{P_t \cdot 30} = \frac{1}{1000} \sqrt{2 \cdot 30} = 7.745 \left[\frac{mV}{m} \right]$$

5.4 Uitzonden vermogen

Het uitgezonden vermogen per vierkante meter hebben we hiervoor berekend en dit was gelijk aan

$$\frac{P_t}{m^2} = E_t \cdot H_t$$

maar met de wetenschap dat $H = \frac{E}{\mu \cdot c}$ en $\mu = 4 \times 10^{-7}$ en $c = 3 \times 10^8$ volgt dat

$$\frac{P_t}{m^2} = \frac{E_t^2}{\mu \cdot c} = \frac{E_t^2}{120 \times \pi} \quad (4.13.1)$$

of ook

$$\frac{P_t}{m^2} = \mu \cdot c \cdot H_t^2 = 120 \cdot \pi \cdot H_t^2 \quad (4.13.2)$$

of ook

maar op een afstand r blijven alle verhoudingen hetzelfde en kunnen we ook schrijven dat

$$\frac{P_r}{m^2} = E_r \cdot H_r \quad (4.13.2)$$

noemen we P_t het vermogen dat door de zender wordt uitgezonden dan hebben we voor een isotropische antenne dat op een afstand r het ontvangen vermogen per vierkante meter gelijk is aan

$$P_r = \frac{P_t}{4.\pi.r^2} \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.13.3)$$

Nogal logisch als men bedenkt dat *oppervlakte – bol* = $4.\pi.r^2$

Ook weten we reeds dat

$$\frac{E_r}{H_r} = \mu.c = 4.\pi.10^{-7} \left[\frac{V.s}{A.m} \right].3.10^8 \left[\frac{m}{s} \right] = 120.\pi[\Omega] \quad (4.14.4)$$

wat ook r moge wezen. Daaruit volgt dat $H_r = \frac{E_r}{120.\pi}$ en dus wordt formule (4.13.2)

$$P_r = \frac{E_r^2}{120.\pi.r^2} \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.13.5)$$

wanneer we (4.13.3) aan (4.13.5) gelijkstellen bekomen we dat $\frac{P_t}{4.\pi.r^2} = \frac{E_r^2}{120.\pi.r^2}$

en hieruit volgt dat

$$E_r = \frac{\sqrt{30.P_t}}{r} \quad (4.13.6)$$

Een klein voorbeeldje. Een isotropische antenne zendt een vermogen uit van 2 Watt. Dan zal het Elektrisch veld op 1km van de zender (bv waar de ontvanger staat) gelijk zijn aan

$$E_r = \frac{\sqrt{30.P_t}}{r} = \frac{\sqrt{30 \times 2}}{1000} = 7,746 \left[\frac{mV}{m} \right] \text{ wat natuurlijk hetzelfde is als het voorbeeldje in hoofdstuk 4.9}$$

Wat dit eigenlijk voorstelt weet ik niet, maar het is een wiskundig resultaat waar schoolboeken vol mee staan.

Maar wat ik wel weet is dat als ik een relatie vind voor $E_r = \frac{\sqrt{30.P_t}}{r} \left[\frac{V}{m} \right]$ en weet dat

$$P_r = \frac{P_t}{4.\pi.r^2} \left[\frac{W}{m^2} \right] \text{ of } P_r.4.\pi.r^2 = P_t \text{ dan is ook } E_r = \sqrt{30.P_r.4.\pi} = \sqrt{120.P_r.\pi} \left[\frac{V}{m} \right] \text{ of}$$

$$P_r = \frac{E_r^2}{120.\pi} \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.13.7)$$

en dit is dus een uitdrukking die mij het vermogen levert op een afstand van een zender in functie van het elektrisch veld op die afstand van de zender. Noteer echter dat het ook onmogelijk is om het *vermogen / vierkante meter* te meten. We moeten nog rekening houden met de omzetting van de ontvangstantenne die het *vermogen / vierkante meter* omzet in een

spanning en stroom die meetbaar is aan de aansluitdraden van de antenne aan de ontvanger. Dit gebeurt door de *antenne aperture* wat verder in dit document wordt uitgelegd.

5.5 Vermogen op een afstand r van de zendantenne

Omdat dit begrip van velden zo moeilijk te vatten is, en wiskunde eigenlijk maar een hulpmiddel is om de fysica te begrijpen en niet omgekeerd (namelijk dat een wiskundige uitdrukking steeds een fysische betekenis zou moeten hebben) ga ik hier nog een beetje verder op in, en we proberen op een andere manier eens te vinden wat de spanning zou kunnen zijn op een zekere afstand r van de zender. Uiteindelijk is het toch de bedoeling dat aan de ontvangstantenne een zeker vermogen (spanning en stroom) moet waargenomen worden om een radiosignaal te kunnen horen. Met velden heb ik weinig of geen visuele indicaties (zoals bv een signaal op mijn scope of spanning op mijn voltmeter en stroom op mijn ampère meter).

Laten we daarom eens proberen een uitdrukking te vinden voor de spanning en stroom die een ontvangst antenne meet op een zekere afstand r van een zender die een zeker vermogen uitstraalt.

Voor een isotropische antenne weten we dat het uitgestraald vermogen zich in alle richtingen verspreidt.

Wanneer als N het aantal fotonen zijn die er vanuit de isotropische antenne wordt uitgestraald dan zal $\frac{N \cdot dA}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$ het aantal fotonen zijn die er door een oppervlakte dA komen. Dit

is gemakkelijk in te zien vermits $N = \int_0^{opp} \frac{N \cdot dA}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{N \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = N$

Nu is de energie per foton $E = h \cdot \nu$ en de totale energie is dan $P_T = N \cdot h \cdot \nu$ en het aantal fotonen die ontvangen worden in een oppervlakte dA is dan

$$P_r = N \cdot h \cdot \nu \cdot \frac{dA}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = P_T \cdot \frac{dA}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \quad (4.14.1)$$

Hierin is dA ook op te vatten als de **Antenne aperture** of de oppervlakte rond de ontvangstantenne die fotonen opvangt.

Dit is de klassieke uitdrukking voor het vermogen ontvangen in een antenne wanneer er uitgezonden wordt vanuit een isotropische antenne.

Vooraleer we in details gaan over de stralingspatronen is het van belang te weten dat wanneer het uitgestraald vermogen zich zou verspreiden in alle richtingen (wat nooit gebeurt, maar deze hypothetische antenne noemt men een isotropische, naar alle kanten stralende, antenne) dan zal het vermogen afnemen met het kwadraat van de afstand maal $4 \times \pi$. Noteer dat *OppervlakteBol* $= 4 \cdot \pi \cdot R^2$

Dus op een afstand R van de zendantenne verwijderd zal een ontvangst antenne een vermogen kunnen absorberen dat gelijk is aan $P_o = \frac{P_t}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot A_e = \frac{P_t}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi} = \frac{P_t \cdot \lambda^2}{(4 \cdot \pi \cdot R)^2}$

Hierin is $P_o = \text{Vermogen-ontvanger}$ en $P_t = \text{Vermogen-zender}$ en $A_e = \text{aperture-antenne}$. Dit is de fameuze formule van Friis.

Een voorbeeldje:

Gegeven een 50Mhz zender zendt een vermogen uit van 2 Watt.

Gevraagd: Hoeveel vermogen wordt er ontvangen door een $\lambda/4$ antenne die 1 km verder van de zender is opgesteld?

$$\text{Oplossing: } P_o = \frac{P_t}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot A_e = \frac{P_t}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi} = \frac{P_t \cdot \lambda^2}{(4 \cdot \pi \cdot R)^2} \text{ met } \lambda = \frac{300.000 \text{ km/s}}{50 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 6 \text{ m} \text{ en}$$

$$P_t = 2 \text{ W} \text{ volgt dat op een afstand } R = 1 \text{ km} \quad P_o = \frac{2 \text{ W} \cdot 6^2 \text{ m}^2}{(4 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^3 \text{ m})^2} = 0,45 \mu \text{ W}$$

Wanneer de antenne weerstand 36.5 Ohm is dan is de spanning over de antenne

$$V = \sqrt{0,45 \mu \text{ W} \cdot 36,5 \Omega} = 4,05 \mu \text{ V}$$

En dat kunnen we meten !!!!

$$\text{Noteer dat de constante } \varepsilon = \frac{1}{\mu \cdot c^2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \left[\frac{\text{F}}{\text{m}} \right] \text{ en } \mu = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{H}}{\text{m}} \right] \text{ uit de}$$

formules verdwenen zijn wat het begrijpen van de formules, het verstaan van de fysische wereld, sterk vereenvoudigt, en al dusdanig begrijpelijker wordt.

Noteer ook dat we eindelijk iets gevonden hebben dat we kunnen meten, namelijk een spanning (of een stroom) over (door) een bepaalde weerstand (de weerstand van de antenne). Immers niemand kan een elektrisch veld of magnetisch veld meten, zelfs geen vermogen per vierkante meter. Maar door een afgestemde ontvangst antenne (die totaal anders kan zijn dan de zendantenne) zijn we in staat aan de voet van de antenne een wisselspanning te meten of

indien we de antenne weerstand kennen een vermogen te meten immers $P = \frac{v^2}{R} = R \cdot i^2$.

5.6 De definitie van een stralingsveld

Wat is dat eigenlijk een stralingspatroon. Eigenlijk komt het hier op neer. Veronderstel dat ik een ontvanger heb en deze kan nog een bepaalde zender ontvangen als zijn ontvangst vermogen/m² maar groter is dan $5 \mu \text{ W/m}^2$. Het straling patroon is dus de afbakening van de grens van het volume in de ruimte waar deze ontvanger de zender nog juist kan ontvangen. Dit

wordt meestal dimensieloos uitgedrukt als de verhouding van $\frac{P_t}{P_o}$ in functie van de afstand r en

de stralingshoek θ in alle richtingen.

Men kan het ook nog anders definiëren. Veronderstel dat we op een zekere afstand van de zendantenne een zeker vermogen meten. Bijvoorbeeld een zender van 10 Watt zendt via zijn antenne een signaal uit in de ruimte. Veronderstel dat we op een zekere afstand van de zendantenne (bijvoorbeeld op 100 m afstand) in het horizontale veld nog een zeker vermogen kunnen detecteren (om het realistisch te houden meten we bijvoorbeeld $80 \mu \text{ W}$) en we beschouwen dit als onze norm en we noteren op die horizontale afstand van 100 een punt op 80 . Nu meten we overal op **eenzelfde afstand** van 100 m van de zendantenne terug het vermogen, met andere woorden in een bolvorm rond de zendantenne en overal meten we het vermogen (bijvoorbeeld in een richting van 30° meten we $50 \mu \text{ W}$, en noteren steeds een punt op

onze straal van 100 vanuit het punt waar we staan naar de zender de waargenomen waarde (bijvoorbeeld 50) Wanneer we dit overal gedaan hebben dan zullen alle punten met elkaar verbonden een vorm bepalen die het stralingsveld voorstelt. Dit is verduidelijkt in fig xxxx voor het verticale vlak.

5.7 De verschillende benaderingen

1) Vooreerst gaan we het elektrisch veld uitdrukken voor een isotropische antenne.

Hierin is alle lading geconcentreerd in een puntbol met een doorsnede van dL , die men zich zo klein kan voorstellen als men maar wilt. Maar in dit geval zal de lading $Q = i.t$ veranderen in functie van de tijd terwijl dL constant blijft. Deze verandering is een sinusoïde verandering of $Q = Q_o \cdot \sin(\omega.t) = I_o.t \cdot \sin(\omega.t)$

We proberen een wiskundige uitdrukking te vinden voor het *Elektrisch- veld* in functie van de afstand r van de bron. En om het stralingsveld te bepalen moet er ook rekening gehouden worden met de hoek ten overstaan van de verticale plaatsing van de antenne. Voor de isotropische antenne zal deze hoek van geen enkel belang zijn vermits een puntlading in alle richtingen evenveel uitstraalt.

2) Daarna gaan we deze berekening aanpassen maar nu met een antenne die een lengte L heeft. We gaan echter nu de lading Q constant houden maar verplaatsen deze lading over de lengte van de antenne in functie van de tijd op een op en neergaande sinusoïde manier. Dus nu zal $Q = Q_o \cdot \sin(\omega.t)$.

3) Maar de lading $Q = i.t$ is niet gelijk verdeeld over de lengte van de antenne. Deze verdeling is verschillend naargelang het soort antenne ($\lambda/4$, $\lambda/2$ of $5.\lambda/8$...) we weten bijvoorbeeld dat aan de top van een monopoly of wip antenne de stroom nadert tot 0 terwijl aan het punt waar de antenne gevoed wordt de amplitude van de stroom het grootst is. Daarom zullen we het vorige resultaat nog een correctiefactor moeten vermenigvuldigen. Deze correctiefactor blijkt een integraal te zijn in functie van de lengte van de antenne. Men voelt al aan dat de berekeningen ingewikkelder worden en zonder een goede kennis van integraal rekenen we er niet uit komen.

4) Maar een antenne (bijvoorbeeld een $\lambda/2$ antenne) bestaat uit twee antenne stukken en op een afstand r worden er dus fotonen ontvangen van beide helften van de antenne. Naargelang de hoek ten opzichte van de antenne zal de ontvanger fotonen van de ene helft iets vroeger of later ontvangen dan de fotonen van de andere helft. Dit veroorzaakt een faseverschuiving en bepaalt hierdoor ook de stralingsweerstand van de antenne. Dit is ook het geval voor een wip antenne, maar hier wordt een gedeelte van de fotonen stroom gereflecteerd door het omliggend grondoppervlak, dat theoretisch uit een zeer goede geleider bestaat (een koperen of aluminium plaat waarop de wip antenne staat).

Wanneer we dit doorgeworsteld hebben kunnen we een berekening maken voor het berekenen van de weerstand van de antenne (en om het eenvoudig te houden beperken we ons tot antennes die juist berekenbaar zijn, met andere woorden die in resonantie zijn, zodat hun impedantie een zuivere ohmse waarde heeft.

Noteer echter dat een $5/8\lambda$ antenne niet een zuivere resonantie keten is en daarom moet deze antenne steeds aangepast worden met hetzij een extra spoel (inductantie) aan de voet van de antenne of met een capaciteit aan de top van de antenne om er een resonantie keten van te maken. In eerste instantie wordt er in dit document geen verdere berekeningen gemaakt met betrekking tot deze inductieve of capacatieve waarden, maar omdat deze antenne zo veelvuldig gebruikt wordt, wordt in dit document deze antenne toch besproken, en zijn weerstandswaarde berekend.

5.8 Bollading met een doormeter dL

Starten we vanuit de gevonden formule die we gevonden hebben in formule (4.7.1) wanneer we naar een betrekking zochten tussen kracht en lading van twee op afstand staande

draden die door een stroom doorlopen worden. We vonden toen dat $F = \frac{Q \cdot \Delta Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} = \frac{Q \cdot Q \cdot \frac{v^2}{c^2}}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$

(4.17.1)

Dit is de uitdrukking indien zowel Q als de test Q beiden zich parallel verplaatsen met dezelfde snelheid. Maar als de test Q niet beweegt herleidt deze formule tot

$$F = \frac{Q \cdot \Delta Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} = \frac{Q \cdot Q \cdot \frac{v}{c}}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$$

Deze formule is natuurlijk ook van toepassing op 2 antennes, ook al staan deze antennes ver uit elkaar.

Een eenvoudig bewijs is als volgt in te zien: $F = \frac{Q \cdot \Delta Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} = \frac{Q \cdot Q' \cdot v \cdot v'}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2 \cdot c^2}$ Nu is volgens Biot en Savart $F = Q \cdot v \cdot B$. Uit deze twee formules leiden we af dat $B = \frac{Q' \cdot v'}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2 \cdot c^2}$ Maar met de wetenschap dat in de ruimte $F = Q \cdot B \cdot c$ volgt dat $F = Q \cdot B \cdot c = \frac{Q \cdot v' \cdot c}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2 \cdot c^2} = \frac{Q \cdot Q' \cdot v'}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2 \cdot c}$

Nu is $\frac{dv}{dt} = a$ of $dv = a \cdot dt$ hieruit volgt ook dat $\int dv = \int a \cdot dt$ en **als** a niet verandert in de tijd zal vermits $v = a \cdot t$ en de snelheid van het elektrisch veld in de antenne voorstelt met $v = \frac{L}{t}$ waarin L de stralingslengte van de antenne voorstelt en $t = \frac{1}{f}$ waarin f de frequentie van de zender is.

Nu weten we ook dat $Q = i \cdot t$ en dat $\frac{F}{Q} = E$ het elektrisch veld. Zo een veld kan ik me moeilijk voorstellen maar laten we dit voorstellen in twee dimensies (alhoewel het eigenlijk gedefinieerd is in drie dimensies) als een strak gespannen laken, zoals Einstein het gravitatie veld voorstelde als een strak gespannen laken waarin grote massa's (de zon bv.) door hun massa het gespannen laken vervormen. Hier echter zijn de massa's vervangen door ladingen, en

houdt er ook rekening mee dat ladingen positief en negatief kunnen zijn en massa's alleen maar positief (totdat het antideeltje van de graviton is ontdekt). En dus de ladingen kunnen het laken indeuken of opheffen, dusdanig dat een veranderende lading, die positief en negatief wordt, het laken doet op en neer wiebelen, zoals de rimpels op een watervlak. Zoals reeds hiervoor uitgelegd is dit niet wat er fysisch gebeurt maar wel wat men wiskundig kan benaderen.

Als we dit alles al eens invullen in onze formule (4.9.1) dan kunnen we deze formule

$$\text{neerschrijven als } \frac{F}{Q} = E = \frac{Q.v}{4.\pi.\epsilon.r^2.c} = \frac{Q.at}{4.\pi.\epsilon.r^2.c}$$

Laten we nog even dit vereenvoudigen door wat we al hebben vastgesteld dat in de ruimte

$$\frac{1}{\epsilon.c} = \mu.c = 120.\pi = 377\Omega \text{ dan wordt onze vorige formule gelijk aan}$$

$$\frac{F}{Q} = E = \frac{120.\pi.Q.v}{4.\pi.r^2} = \frac{30.Q.at}{r^2}$$

Maar op een afstand r verder zal dit elektrisch veld zich een tijd later manifesteren.

Vermits $\frac{r}{c} = t$, dit is eenvoudig te begrijpen, immers stel dat ik 20km/u rijd dan zal ik na 2 uur

fietsen een afstand van $r = v.t = 20\text{km}/u \times 2u = 40\text{km}$ en als $v = c$ dan is dus de relatie

$$\text{bewezen. Onze formule (5.2) wordt } E_r = \frac{30.Q.a \left(t - \frac{r}{c} \right)}{r^2} . \text{ Noteer dat de index } r \text{ in } E_r,$$

aanduidt wat het Elektrisch veld is op een afstand r . r kan veranderen van praktisch 0 tot vele kilometers en duidt dus ofwel het Elektrisch veld aan zeer dicht bij de bron, de zendantenne, of op een afstand r waar bijvoorbeeld de ontvangstantenne staat. Langs de andere kant is zoals

reeds aangehaald in formule (4.14.7) dat $P_r = \frac{E_r^2}{120.\pi} \left[\frac{W}{m^2} \right]$ of $E_r = \sqrt{P_r \cdot 120.\pi} \left[\frac{V}{m} \right]$. Dus iets

uitdrukken in een Elektrisch veld is eigenlijk hetzelfde als de wortel uit het vermogen

vermenigvuldigt met een constante waarde namelijk $E_r = 19.41626 \sqrt{P_r \cdot \left[\frac{V}{m} \right]}$ en dus een

voorstelling van het vermogen van de protonen die op een afstand r door een oppervlak van een m^2 . Om de kwadraten te vermijden zullen we verder werken met E_r in plaats van

$$P_r = \frac{E_r^2}{120.\pi} \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

$$\text{of uitgewerkt } E_r = \frac{30.Q.at}{r^2} - \frac{30.Q.a \cdot \frac{r}{c}}{r^2} = \frac{30.Q.at}{r^2} - \frac{30.Q.a}{r.c} \text{ en vullen we hier terug}$$

$v = at$ dan wordt uiteindelijk $E = \frac{30.Q.v}{r^2} - \frac{30.Q.a}{r.c}$ En zie hier een merkwaardige vaststelling.

De formule is gesplitst in een eerst Elektrisch veld, noemen we dit $E_{near} = \frac{30.Q.v}{r^2}$

en een ander Elektrisch veld, noemen we dat

$$E_{far} = \frac{30.Q.a}{r.c}$$

waarin we vaststellen dat het E_{near} vermindert omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand, terwijl het E_{far} maar vermindert omgekeerd evenredig met de afstand, en dus veel verder nog kan gevoeld worden.

(Noteer, even tussen haakjes dat, als we terug de oude notities zouden invoeren dan wordt

$$E_{near} = \frac{Q.v}{4.\pi.\epsilon.r^2.c}$$

$\frac{v}{c}$ het gelijk is aan het normale Coulombkracht $\frac{F}{Q} = E = \frac{Q}{4.\pi.\epsilon.r^2}$ vermenigvuldigd met $\frac{v}{c}$.

Terwijl er een extra $E_{far} = \frac{Q.a}{4.\pi.\epsilon.r.c^2}$ bijgekomen is.)

Als de snelheid waarmee de elektronen zich bewegen een sinusoidaal verloop kennen dan kan deze beschreven worden als $v = V.\sin(\omega t)$, maar dan is ook $a = \frac{dv}{dt} = V.\omega.\cos(\omega t)$.

Noteer dat $V = \frac{L}{t}$. Langs de andere kant is $Q = i.t$ hierin is i een gemiddelde waarde (precies alsof gedurende de hele tijd er een constante stroom zou stromen in de antenne) dan bekomen we dat

$$E_r = \frac{30.i.L.\sin(\omega t)}{r^2} - \frac{30.i.L.\omega.\cos(\omega t)}{r.c}$$

Wanneer daarenboven de antenne op een afstand r niet loodrecht op de zendantenne staat zal men nog moeten rekening houden met een $\sin(\theta)$ zodat de algemene formule wordt

$$E_r = \sin(\theta) \left(\frac{30.i.L.\sin \omega t}{r^2} - \frac{30.i.L.\omega.\cos.\omega t}{r.c} \right) = \sin(\theta).(E_{near} + E_{far})$$

Zijn we alleen geïnteresseerd in de Amplitude van het veld dan kan deze formule geschreven worden als

$$E_r = \sin(\theta) \left(\frac{30.i.L}{r^2} - \frac{30.i.L.\omega}{r.c} \right) = \sin(\theta).(E_{near} + E_{far}) \quad (4.17.2)$$

en dit is dan de algemene vergelijking van het Elektrisch stralingsveld. Dit is dus de kracht die een wisselende lading Q (in ons geval de ontvangst antenne) op een afstand r ondergaat na een zekere vertraging van $\frac{r}{c}$ tijd onder invloed van een andere wisselende lading Q die een versnelde beweging ondergaat in de bron, (in ons geval in de zend antenne).

We kunnen deze vergelijking nog een beetje vereenvoudigen door de vervelende constante ϵ weg te werken in functie van meetbare gegevens zoals $\lambda = \frac{c}{f}$ de golflengte.

$$\text{Dan wordt } E_{far} = \frac{30.i.L.2.\pi.f.\sin(\theta)}{r.c} = \frac{30.i.L.2.\pi.\frac{c}{\lambda}.\sin(\theta)}{r.c} = \frac{i.L.2.\pi.30.\sin(\theta)}{\lambda.r} \text{ en}$$

$$dE_{far} = \frac{60.\pi.i.dL.\sin(\theta)}{\lambda.r} \quad (4.17.3)$$

Dit is een merkwaardig resultaat dat een relatie geeft tussen wat de zender uitzendt, voorgesteld door i en de lengte van de antenne dL . Noteer immers dat het uitgezonden vermogen gelijk is aan $P = \frac{R.I_o^2}{2}$ waaruit volgt dat $I_o = \sqrt{\frac{2.P}{R}}$. Wanneer we in de gevonden formule dL zouden kunnen integreren tot L , de lengte van de antenne, dan hebben we een het *elektrisch veld* uitgedrukt in $\left[\frac{V}{m}\right]$ op een willekeurige afstand r in een richting θ ten opzichte van de verticale antenne, als we ten minste een relatie vinden tussen I_o en i en de lengte van de antenne L .

Noteer al vast dat we meestal van een zender wel het vermogen kennen dat deze uitzendt, maar niet de stroom I_o noch de antenne weerstand R_a .

5.9 Kritische afstand

Als in de formule vorige formule (4.9.6)

$E_r = \sin(\theta) \left(\frac{30.i.L}{r^2} - \frac{30.i.L.\omega}{r.c} \right) = \sin(\theta) (E_{near} + E_{far})$ nu eens $E_{near} = E_{far}$ gelijk stellen dan zien we dat $\frac{30.i.L}{r^2} = \frac{30.i.L.\omega}{r.c}$ en met invulling van $\omega = \frac{2.\pi.c}{\lambda}$ volgt dat

$$r = \frac{\lambda}{2.\pi} \quad (4.18.1)$$

Men noemt de oppervlakte die als straal deze kritische afstand heeft de **Antenne Aperture** of **Capture range** of ook nog **Antenne Opening**. Men kan fysisch deze oppervlakte beschouwen als het ware dat fotonen welke aankomen in deze oppervlakte rond de antenne door de antenne opgenomen worden. Fotonen daarbuiten vliegen de antenne voorbij en leveren geen energie overdracht in de ontvangst antenne. Dus definiëren we de **Antenne Aperture** als de oppervlakte $A_e = \pi.r^2$ waarin $r = \frac{c}{\omega} = \frac{\lambda}{2.\pi}$ ofwel

$$A_e = \pi \left(\frac{\lambda}{2.\pi} \right)^2 = \frac{\lambda^2}{4.\pi} \quad (4.18.2)$$

Maar we kunnen dit evenzeer opvatten als de area waar de fotonen terug opgezogen worden door de zendantenne. De zendantenne krijgt als het ware de helft van zijn uitgestraald vermogen terug in zijn antenne. Als dusdanig zal deze energie in het *near*-veld geen extra energie vragen, en is het uitgezonden vermogen van de zender volledig vervat in het *far*-veld. Dit is een moeilijk begrip maar is te vergelijken met een zuiger die ik op en neer laat bewegen in het water. Wanneer ik de zuiger naar beneden beweeg, zal het water eronder zich verplaatsen in het naburige water maar als ik de zuiger naar boven trek, zal door de opwaartse druk een gedeelte van het water terug in de zuiger komen. Ik moet alleen maar kracht zetten voor het

water dat niet meer door de opwaartse druk in de zuiger vloeit. Ik moet dus extra water opzuigen omdat een gedeelte van het water zich reeds verder van de zuiger verplaatst heeft en verder weg rimpelt.

Ik wil hier reeds opmerken dat ook een ontvangstantenne een zekere energie opzuigt maar ook tegelijkertijd ook een gedeelte terug uitzendt. Men zal hiermede moeten rekening houden als we de werkelijke spanning die nog overblijft aan de antenne draden die verbonden zijn met de radio ontvanger.

Een voorbeeld.

Laten we eens berekenen wat de grootte van E_{far} en E_{near} zou zijn (uitgedrukt in [V/m]) voor een zender van 50Mhz die een vermogen van 2W uitzendt, met een $\lambda/2$ antenne.

$$\text{Dan is de lengte van de antenne } l = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2 \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s} \right]}{2 \cdot 50 \cdot 10^6 \left[\frac{1}{s} \right]} = 3[m].$$

$$\text{De tijd van een periode van 50Mhz zender is } T = \frac{1}{50[Mhz]} = 20[ns]$$

We nemen aan dat een $\lambda/2$ antenne een stralingsweerstand heeft van 75Ω . (Dit zullen we later nog bewijzen).

Dan behoort bij een effectief vermogen van 2W dat uitgezonden wordt een effectieve stroom welke kan berekend worden als volgt. $2[W] = R_s[\Omega]i^2[A^2]$. En hieruit volgt dat $i =$

$$\sqrt{\frac{2[W]}{75[\Omega]}} = 0.16[A].$$

$$\text{Dan is } E_{far} = \frac{30[\Omega] \cdot i[Amp] \cdot l[m] \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{T\left[\frac{1}{s}\right]}}{r[m] \cdot c\left[\frac{m}{s}\right]} = \frac{30 \cdot 0.16 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \pi}{r \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 20 \cdot 10^{-9}} = \frac{15[V]}{r[m]}$$

$$\text{Evenzo bekomen we } E_{near} = \frac{30[\Omega] \cdot i[Amp] \cdot l[m]}{r^2[m^2]} = \frac{30 \cdot 0.16 \cdot 3}{r^2} = \frac{14.4[V][m]}{r^2[m^2]}.$$

Wanneer we nagaan wat de antenne opening is, ofwel wat de straal is wanneer $E_{far} = E_{near}$ dan bekomen we dat $15/r = 14.4/r^2$ hieruit volgt dat $r = 0.96 m$.

We hebben ook een formule gevonden voor de antenneopening die zegt dat $r = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi} = \frac{6}{2 \cdot \pi} = 0.95m$ wat zeer nauw overeenkomt met onze berekeningen.

Noteer dat ik me weinig kan voorstellen wat de betekenis is van een weerstand en een stroom in de ruimte uitgezonden door een antenne. Evenmin begrijp ik niet hoe men Volt/m ergens in de ruimte moet gaan meten. Maar dit komt overeen met de gedachte van Maxwell die een *Inductiestroom* bedacht tussen de platen van een capaciteit, en een *Elektrisch veld* dat uitgedrukt moet worden in Volt/m.

5.10 Andere wiskundige benadering

Omdat deze formule die we gevonden hebben over het "*Far Field*" en "*Near Field*" zo cruciaal belangrijk is en de essentie vormt van straling, maar langs de andere kant zo moeilijk te begrijpen is, beschrijf ik hier nog een andere benadering die ons zal leiden tot dezelfde wiskundige formules. Deze berekening komt in verschillende leerboeken voor en benadert de formules van Maxwell. Maar hier wil ik het volledig wiskundig bewijs uiteenzetten, weliswaar in

één dimensie terwijl de formules van Maxwell uitgedrukt zijn in drie dimensies. Ditmaal vertrekken we van het *elektrisch potentiaal* of, anders gezegd, de *spanning* uitgedrukt in *Volt* die een testlading ondervindt op een zekere afstand (r) van de puntlading (Q).

Hiervoor moeten we eerst bepalen wat het *elektrisch potentiaal* is.

5.10.1 Elektrisch potentiaal

(Dit komt uit Natuurkunde voor wetenschap en techniek deel II ISBN 90 6233 9077)

Met een *elektrisch potentiaal* wordt bedoeld welke *arbeid* (dat is *kracht x afstand*) men moet verrichten om een lading van *punt b* naar *punt a* te krijgen tegen de *Elektrische kracht* (dit is *kracht/lading*) in.

Dit is, in één dimensie, voorgesteld in **fig. 34**.

En vermits $\frac{F}{q} = E = \frac{Q}{4\pi\epsilon\cdot r^2}$ volgt dat $V_b - V_a = \int_{r_a}^{r_b} E \cdot dl = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} \cdot dr = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \left(\frac{Q}{r_b} - \frac{Q}{r_a} \right)$

Alleen een potentiaal verschil heeft een fysische betekenis. Maar ik kan veronderstellen dat $V_b = 0$ als punt *b* oneindig ver verwijderd is van Q ofwel $r_b = \infty$ en dan (en alleen dan) is

$-V_a = \int_{r_a}^{r_b} E \cdot dl = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \left(-\frac{Q}{r_a} \right)$ of $V_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon\cdot r_a}$.

Men noemt dit het *elektrisch potentiaal* (V) op een afstand (r) van een geïsoleerde puntlading.

Als nu de puntlading (door de een of andere manipulatie) zou veranderen in een sinusoidaal verloop zodanig dat $Q = q_0 \cdot \sin(\omega t)$ dan zal deze verandering zich laten gevoelen in het punt (r) na een zekere tijd $t = \frac{r}{c}$ (Hierin is $c =$ *lichtsnelheid*.) En het *potentiaal* in punt (r)

wordt dan (gezien vanuit Q) als volgt: $V = \frac{q_0 \cdot \sin\left(\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right)}{4\pi\epsilon\cdot r}$ en in differentieelvorm $dV = d \left[\frac{q_0 \cdot \sin\left(\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right)}{4\pi\epsilon\cdot r} \right]$

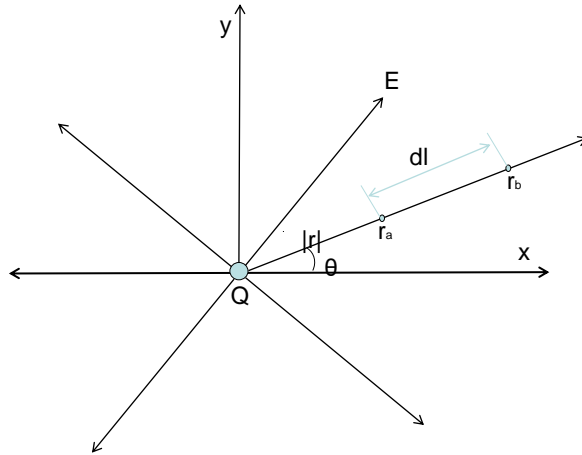


fig. 34

Vermits $-dV = E \cdot dl$ ofwel $E = -\frac{dV}{dl}$ volgt ook dat

$$E = -\frac{dV}{dl} = -\frac{d}{dr} \left[\frac{q_0 \cdot \sin\left(\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right)}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r} \right] = -\frac{d}{dr} \left[\frac{q_0 \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right)}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r} \right] \quad (4.19.1)$$

En deze differentieel kan men oplossen met gebruik te maken van de rekenregels voor de afgeleide van een breuk (Dit heb ik (zou ik) op school (moeten) geleerd (hebben)) namelijk

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}.$$

In ons geval is $f(x) = \sin\left(\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right)$ en $g(x) = r$ en $\frac{q_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon}$ is een constante die we vooraan kunnen plaatsen. Dus

$$E = -\frac{dV}{dl} = -\frac{q_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{d}{dr} \left\{ \left[\frac{\sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right)}{r^2} \right] - \frac{d \cdot r}{dr} \left[\frac{\sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right)}{r^2} \right] \right\}$$

$$E = -\frac{dV}{dl} = -\frac{q_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \left\{ \frac{\cos\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right) \frac{d}{dr} \left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right) r - \sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right)}{r^2} \right\}$$

$$E = -\frac{dV}{dl} = -\frac{q_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \left\{ \frac{\sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right) - \frac{\omega}{c} \cdot r \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right)}{r^2} \right\}$$

$$E = -\frac{dV}{dl} = -\frac{q_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{\sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right)}{r^2} + \frac{q_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{\frac{\omega}{c} \cdot r \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right)}{r^2}$$

$$E = -\frac{dV}{dl} = -\frac{q_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{\sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right)}{r^2} + \frac{q_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{\frac{\omega}{c} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right)}{r}$$

Nu kan men deze formule opsplitsen in $|E| = E_{near} + E_{far}$ waarin

$$E_{near} = -\frac{q_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{\sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right)}{r^2}$$

en

$$E_{far} = \frac{q_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{\frac{\omega}{c} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right)}{r}$$

En hieruit blijkt dat het E_{near} verzwakt met het *kwadraat* van de afstand r en het E_{far} maar verzwakt met de afstand r .

5.10.2 Verschil tussen tijd en afstand in de ruimte

(Dit komt uit De Feynman lectures of physic volume I ISBN 978 0 465 02414 8)

Enkele bedenkingen vooraleer we verder gaan.

Als $Q = q_0 \cdot \sin(\omega t)$ dan zal door het voortdurend opladen en ontladen van de lading Q er een versnelling ontstaan van de elektronen in de lading, die op hun beurt een versnelling van het *Elektrisch veld* te weeg brengen. Maar dan zouden we vermoeden dat we een afgeleide naar de tijd (t) moeten nemen en niet naar de afstand (r) !!!

Laten we daarom eens zien hoe een willekeurige verandering van de versnelling in functie van de tijd zich gedraagt en wat het gevolg is van het elektrisch veld hierop in functie van de afstand.

Deze willekeurige verandering van de versnelling (a) is afgebeeld in **fig. 35**. Hierin ondergaat een lading (q) gedurende de tijd $t_1 - t_2$ een eenparige versnelde oplading, en dan gedurende de tijd $t_2 - t_3$ een versnelde ontlading in de andere richting tot zelfs een negatieve lading. Dan tussen $t_3 - t_4$ geen toevoeging van lading om dan weer tussen $t_4 - t_5$ versneld op te laden om dan verder geen lading meer krijgt tussen $t_5 - t_6$.

Het *Elektrisch Veld* zal die invloed ondergaan en een gelijkaardig patroon vertonen (op enkele constanten na). Maar als we op tijdstip t_6 de tijd "bevrozen" en ons afvragen hoe ziet het *Elektrisch Veld* eruit in functie van de afstand? Dan merken we op zoals afgebeeld in **fig. 36** dat het beeld zich omdraait. Met andere woorden, hetgeen wat het laatst in de tijd gebeurd is zal het dichtst bij de bron te zien zijn, namelijk op afstand $r_1 = \frac{t_1}{c}$. (Noteer dat $\frac{r}{c} = t$). En de omkering van het teken gebeurt omdat het E_{far} Field een negatief teken heeft ten overstaan van de spanning V). Zo ook zullen $r_1 \dots r_6$ in omgekeerde volgorde elkaar opvolgen ten opzichte van $t_1 \dots t_6$.

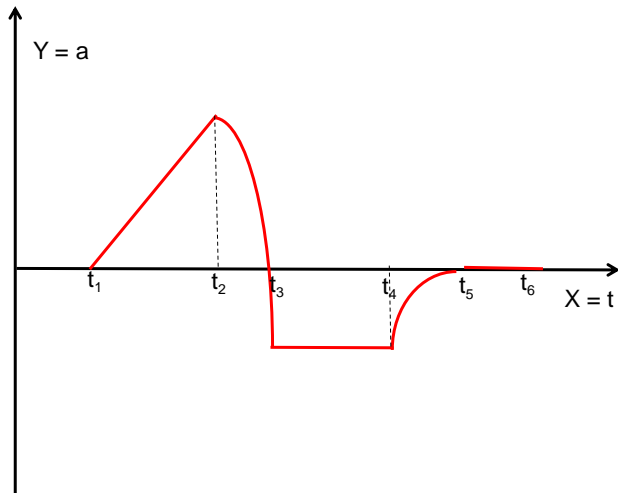


fig. 35

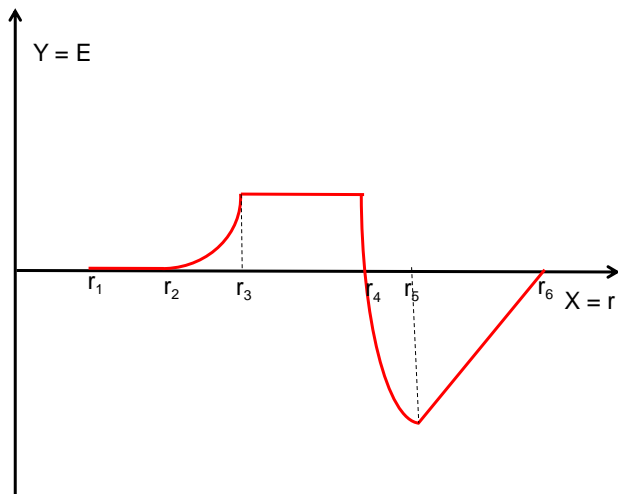


fig. 36

5.11 De fysische betekenis van het "Far Field"

Veronderstellen we eens dat we het onderzoek doen van één fotonenstraal in een bepaalde richting die uitgezonden wordt door een lading Q , in de oorsprong van het assenstelsel, naar een testlading q , zoals te zien is op **fig. 37**. Dan weten we dat volgens de wet van Coulomb er

een kracht bestaat die gelijk is aan $F_r = \frac{Q \cdot q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$. (4.19.1) Noteer dat er zonder de testlading q er helemaal niets gebeurt.

Veronderstellen we nu dat na een zekere tijd t de lading zich verplaatst met een zekere snelheid v in de richting naar boven over een afstand $\Delta L = v \cdot t$. In tussentijd is de lading Q steeds een fotonen stroom blijven zenden naar de test lading q (Maar ook natuurlijk in alle richtingen in de ruimte, maar we proberen ons te concentreren op die ene fotonen straal in de richting q) en als q ver verwijderd ligt van de oorsprong dan zal na een tijd t de nieuwe fotonen stroom het nieuwe tracé volgen. Vermits de fotonenstroom niet wordt onderbroken gedurende de tijd dat de lading zich verplaatste zal er in de ruimte een knik ontstaan gedurende de tijd Δt dat de actie plaats vond. Vermits de fotonen met de snelheid van het licht verder gaan is de afstand gedurende deze knik in rechte lijn gelijk aan $\Delta L = c \cdot t$.

Om deze verplaatsing van lading uit te voeren heeft men een kracht moeten gebruiken F_v langs de lijn L , maar in de richting van de testlading is deze gelijk aan $F_v = F_\theta \cdot l \cdot \sin(\theta)$. Nu is de

verhouding van $\frac{F_\theta}{F_r} = \frac{l \cdot \sin(\theta)}{\Delta r} = \frac{v \cdot t \cdot \sin(\theta)}{c \cdot t}$ en vermits $a = \frac{v}{\tau}$ wordt $\frac{F_\theta}{F_r} = \frac{a \cdot t \cdot \sin(\theta)}{c}$. Vullen

we nu $F_r = \frac{Q \cdot q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$ in dan bekomen we $F_\theta = \frac{Q \cdot q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} \frac{a \cdot t \cdot \sin(\theta)}{c}$.

Wanneer de afstand r na een zekere tijd t maar ver genoeg is van de oorsprong dan is

$r + \Delta r \approx r = c \cdot t$ vullen we ook ineens in dat $\frac{F_\theta}{q} = E_\theta$ dan wordt onze formule

$E_\theta = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} \frac{a \cdot t \cdot \sin(\theta)}{c} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r} \frac{a \cdot t \cdot \sin(\theta)}{c \cdot t \cdot c} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r} \frac{a \cdot \sin(\theta)}{c^2}$. Nu weten we dat $a = \frac{v}{t}$

en $v = \frac{dl}{dt}$ en $Q = i \cdot t$ en zij $i = I_o \cdot \sin(\omega t)$ maar op een afstand r wordt dit

$i = I_o \cdot \sin \omega(t - \frac{r}{c})$ en we bekomen als we dit allemaal invullen dat $\frac{30 \cdot i \cdot L}{r^2} = \frac{30 \cdot i \cdot L \cdot \omega}{r \cdot c}$

$E_\theta = \frac{i \cdot t}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} \frac{v \cdot t \cdot \sin(\theta)}{t \cdot c} = \frac{I_o \cdot dl \sin \omega(t - \frac{r}{c})}{dt \cdot 4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r} \frac{\sin(\theta)}{c^2} = \frac{I_o \cdot L \cdot \omega \cdot \cos \omega(t - \frac{r}{c})}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r} \frac{\sin(\theta)}{c^2}$ en voegen

we ook hier onze vereenvoudiging in, namelijk dat $\frac{1}{\epsilon \cdot c} = \mu \cdot c = 120 \cdot \pi = 377 \Omega$ dan wordt

$E_\theta = \frac{30 \cdot i \cdot t}{r^2} \frac{v \cdot t \cdot \sin(\theta)}{t} = \frac{30 \cdot I_o \cdot dl \sin \omega(t - \frac{r}{c})}{dt} \frac{\sin(\theta)}{r \cdot c} = \frac{30 \cdot I_o \cdot L \cdot \omega \cdot \cos \omega(t - \frac{r}{c})}{r} \frac{\sin(\theta)}{c}$ dit is

precies dezelfde formule die we bekomen hadden voor het *far-field*.

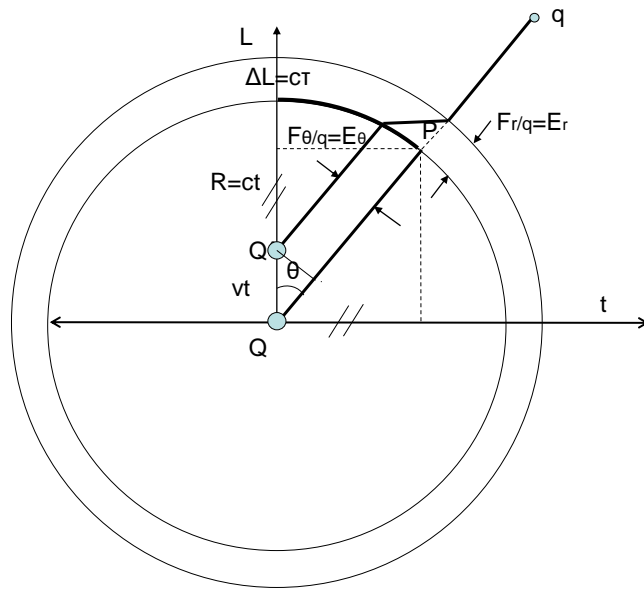


fig. 37

Laten we dit nog even verder onderzoeken en veronderstellen dat nadat de lading Q zich verplaatst heeft direct daarna terug naar de oorsprong verplaatst wordt, en weer terug enz., **dan** zien we op een afstand van de oorsprong een zigzag driehoekig verschijnsel zoals aangetoond in **fig. 38**.

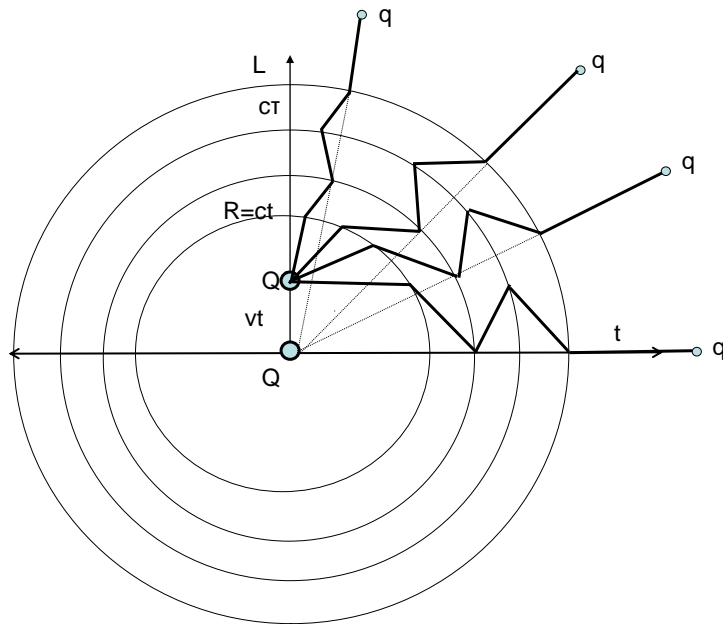


fig. 38.

fig. 38.

Wanneer we weten dat dit niet alleen gebeurt in een bepaalde richting maar in alle richtingen gelijktijdig, dan kunnen al deze zigzag bewegingen opgeteld worden en zien we dat er een golf beweging ontstaat. Noteer dat hoe scherper de richting naar boven gaat de hoek θ ook kleiner wordt en dus ook F_θ kleiner wordt en recht boven de lading zelfs 0 wordt. (Maar tegelijkertijd wordt F_r daar groter en kleiner door het doppler effect, waar ik hier niet verder op inga).

Noteer ook dat deze uitleg alleen maar geldig is als de afstand R waar deze patronen zich beginnen te vormen veel maal groter is dan de afstand ($v.t$) waarmee de bollading zich verplaatst.

Wanneer we nu al deze zigzag stralingslijnen optellen, en aldus het volledig stralingsveld bekomen dan zien we dat we een golvend patroon waarnemen dat zich verder verspreidt in de tijd, terwijl ieder foton (voorgesteld door de stippelijjn) dat uitgestraald wordt door de bron Q rechtlijnig zijn reis in de ruimte voortzet en dit in alle richtingen.

In dit geval hebben we dus het stralingspatroon uitgelegd van een **verplaatsing** van een puntvormige lading, maar dit is nog steeds geen antenne. Maar het wordt hiermee wel duidelijk hoe een golvend patroon in de ruimte wordt gevormd door fotonen die eens gegenereerd hun reis tegen de snelheid van het licht rechtlijnig in de ruimte voortzetten.

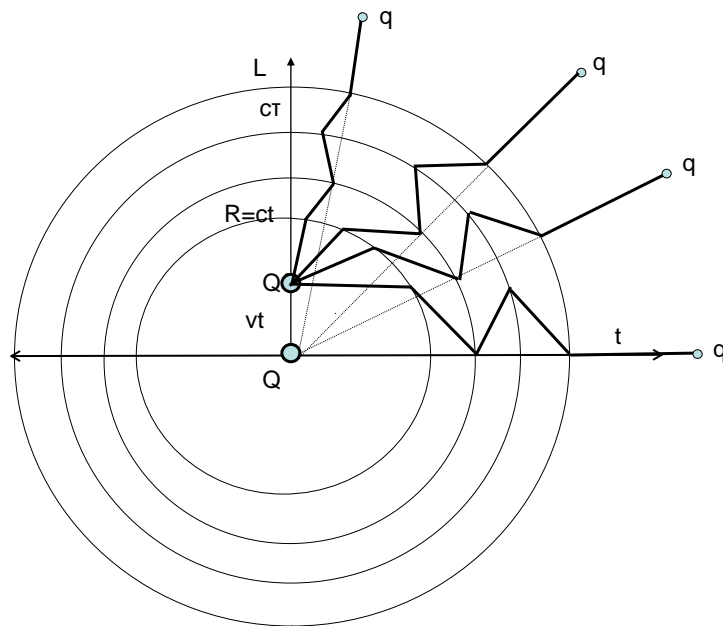


fig. 39

5.12 Het Magnetisch Veld

Hoewel ik me van dit veld weinig kan voorstellen, kan men eenvoudig wiskundig bewijzen dat dit veld sterkt lijkt op het Elektrisch veld op een paar constante na.

Vermits ik reeds eerder heb aangetoond dat $E = c.B$ en $B = \mu.H$ en $\mu.c = \frac{1}{\epsilon.c}$ hieruit

volgt dat $H = \frac{E}{\mu.c}$ en vullen we dit allemaal in in onze gevonden algemene formule dan

bekomen we $H = \frac{E}{\mu.c} = \frac{E}{4.\pi.10^{-7} \times 3.10^8} = \frac{E}{120.\pi}$ of met andere woorden het Magnetisch

veld is hetzelfde als het Elektrisch veld maar $120.\pi$ keren kleiner, en indien het Elektrisch veld een sinus is dan is het bijbehorend Magnetisch veld ook een sinus functie.

Het is dus niet nodig om op de een of andere bizarre wijze het zogezegd Magnetisch veld te gaan bepalen.

5.13 De fysische betekenis van het Elektrisch- en Magnetisch-veld.

Wanneer we tot de conclusie komen dat $120.\pi.H = E$ of $c.B = E$ en de dimensies hebben van $\left[\frac{A}{m}\right]$ en $\left[\frac{V}{m}\right]$ dan is $c.B\left[\frac{A}{m}\right].E\left[\frac{V}{m}\right] = P\left[\frac{W}{m^2}\right]$ niets anders dan de oppervlakte van een vierkant in de ruimte. Immers ze zijn aan elkaar gelijk en ik had evengoed

$\frac{E^2}{120.\pi}\left[\frac{V^2}{\Omega.m^2}\right] = P\left[\frac{W}{m^2}\right]$ kunnen schrijven. Dit oppervlak staat loodrecht op de richting van

de straling, en in feite de grootte van deze oppervlakte niets anders aangeeft dan het aantal fotonen er op dat ogenblik op die plaats voorbijkomen. Eens men dit inzicht heeft is het ook

begrijpelijk waarom de elektrische vector van het elektrisch veld $E\left[\frac{V}{m}\right]$ en de magnetische

vector van het magnetisch veld $120.\pi.H\left[\frac{V}{m}\right] = c.B\left[\frac{A}{m}\right]$ gelijktijdig vergroten en verkleinen.

Immers ze stellen niets anders voor dan de zijden van een vierkant. Ook kan men begrijpen dat als beiden negatief worden hun product toch steeds een positief getal (de oppervlakte van een vierkant) voorstellen. De grootte van dat oppervlak is alleen maar een **uitbeelding** van de **intensiteit of de dichtheid** van het aantal fotonen op die plaats, dat vergroot tot een maximum of verkleint tot niets op het ritme (de frequentie) van de uitgestraalde energie. Maar de richting waar de fotonen naartoe gaan is gewoon rechtdoor met de snelheid van het licht. Er zijn alleen fotonen die dichter op elkaar volgen of met meer afstand, zoals aangeduid door de pijltjes. Dit vergroten en verkleinen gebeurt op een sinusoidale manier met dit verschil dat de sinus nooit onder de 0 lijn gaat, zoals afgebeeld in **fig. 40**.

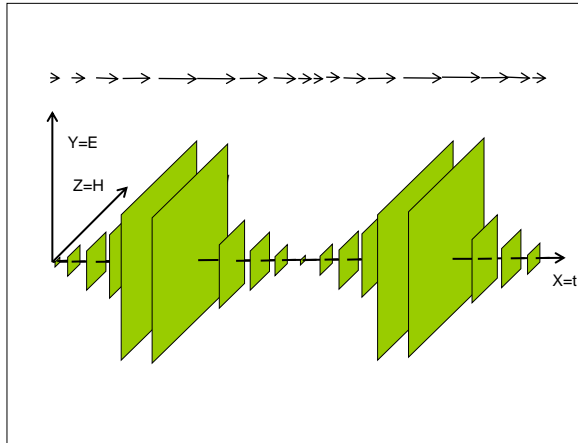


fig. 40

Men ziet in de figuur als men $\mu H = cB$ sinusoidaal laat bewegen en ook E loodrecht hierop ook sinusoidaal en in fase laat variëren men de fameuze $cB-E$ curven bekomt die dan de *magnetische* en *elektrische* velden voorstellen, maar fysisch hebben ze geen enkele betekenis.

Noteer de analogie met $I = \frac{V}{R}$ en vermits $120.\pi = R$ de weerstand van de lucht voorstelt

kan men best het magnetisch veld voorstellen als een stroom van fotonen (in plaats van elektronen) en het elektrische veld het dichtheidsverschil van fotonen (in plaats van dichtheidsverschil van elektronen, wat niets anders is dan het spanningsverschil)

Maar de fysische betekenis van deze weerstand van de lucht is niets anders dan een beetje wiskundig gepruts met dimensies, want op een afstand r is het vermogen per vierkante meter

niets anders dan $P_r = \frac{P_t}{4.\pi.r^2} \left[\frac{W}{m^2} \right]$ en dat is dan hetzelfde als $P_r = \frac{E_r^2}{120.\pi.r^2} \left[\frac{V^2}{\Omega.m^2} \right]$. Maar

in de eerste formule ziet men duidelijk dat dit te maken heeft met het verminderen van het aantal fotonen per vierkante meter doordat deze zich verspreiden langs een boloppervlakte die steeds groter wordt met r^2 , maar een weerstand in de lucht komt men nergens tegen.

5.14 De fysische betekenis van het "near" veld

Men kan een $\lambda/2$ elektrisch voorstellen zoals onderstaande figuur

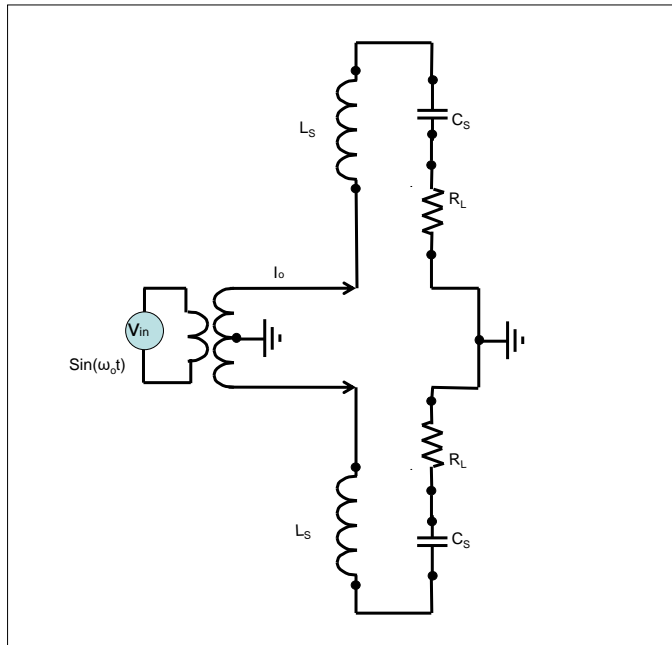


fig. 41

Hierin stelt L_s de inductantie van de $\lambda/4$ antenne lengte, C_s de capaciteit tussen de antenne draad en de grond, en R_s de stralingsweerstand. Het geheel wordt gevoed via een balanced Twin kabel vanuit een zender met een signaal $A \cdot \sin(\omega t)$. Men ziet dat de spoelen capaciteiten en weerstanden in serie staan en als dusdanig een serieresonantie kring vormen. Vanuit een vorig hoofdstuk weten we dat een gedeelte van de energie uitgestuurd wordt in de ruimte, deze energie wordt gedragen door de uitgezonden fotonen. Om deze energie te compenseren moet men energie leveren aan de antenne. Dit uitgestraald vermogen is **precies alsof** er een wisselstroom weerstand bestaat (de stralingsweerstand). De capaciteit die er is in de onmiddellijke omgeving tussen de antenne en de grond (die theoretisch als zeer geleidend wordt beschouwd) vormt samen met de inductantie een serie resonantie kring, en dit in de twee armen van de antenne. Nu weten we dat de stroom die in een resonantie kring tussen inductantie en capaciteit bestaat Q maal groter is dan de toegevoegde stroom van de bron. De onmiddellijke omgeving waar deze stroom (en spanning) die de resonantie kring onderhoud, wordt het "near" veld genoemd. Men kan best begrijpen dat hoe verder men van de antenne verwijderd is hoe kleiner de capaciteitswaarde wordt. Waar het vermogen van het "near" veld gelijk is aan het vermogen uitgezonden in de ruimte, namelijk het "far" veld is er een grenslijn. Deze grenslijn bakent ook de grens af van wat men noemt de "areal" of het vanggebied van de antenne.

Het is zondermeer in te zien dat voor een $\lambda/4$ antenne waar maar de helft van het circuit gebruikt wordt zowel de inductantie eens zo klein zal zijn alsook de stralingsweerstand terwijl de capaciteit eens zo groot zal zijn (serie schakeling van twee capaciteiten).

5.15 Vermogen uitgestuurd door een werkelijke antenne met lengte L

Tot hertoe hebben we steeds gesproken over een isotropische antenne maar wat zou het vermogen zijn dat uitgestraald wordt door een antenne met lengte L

Hiervoor moeten we een paar formules terug in herinnering brengen namelijk:

$$(4.14.2) \frac{P_t}{m^2} = \mu.c.H_t^2 = 120.\pi.H_t^2 \text{ maar ook (4.9.2) } dH_{far} = \frac{I_o.dL.\sin.\theta}{2.\lambda.r}$$

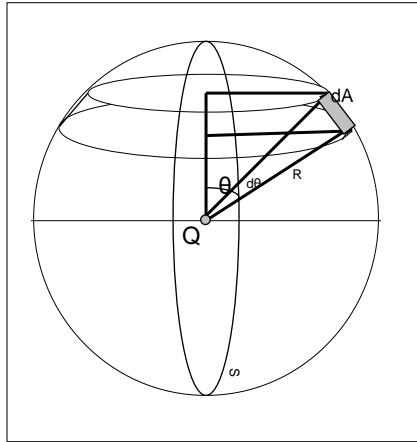


fig. 42

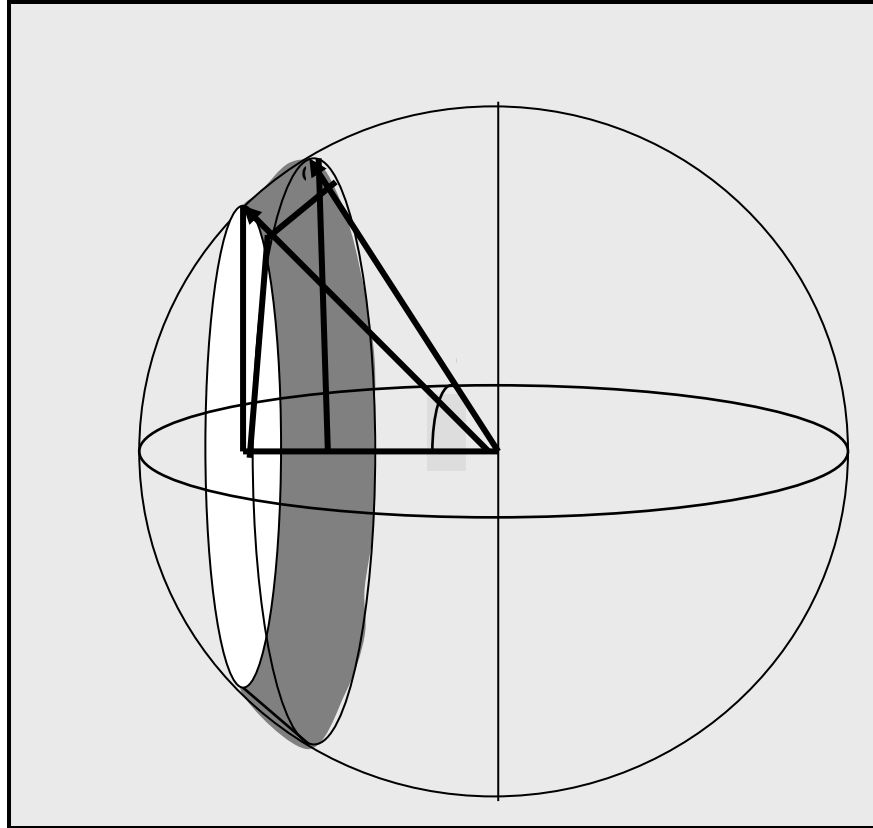


fig. 43

Bekijken we **fig. 43** en proberen we een uitdrukking te vinden voor het uitgestraald vermogen voor een antenne met afmeting $2L$ die mogelijkwijze een $\frac{\lambda}{2}$ zou kunnen voorstellen. Maar voorlopig houden we het algemeen en kan de lengte L later ingevuld worden. We gaan proberen in de nabije omgeving over een lengte $2L$ het vermogen te bepalen. Proberen we de oppervlakte van de cirkelsegment te vinden dan zien we dat we vanuit een bepaalde afstand L_y op een afstand r vanuit het middelpunt van de cirkel, en die hiermee een hoek θ maakt, een kleine oppervlakte bepaald welke gelijk is aan $dA = r.d\theta.dz$ waarin dz een kleine afstand is op de ring die een horizontale doorsnede vormt. De omtrek over heel de cirkel is dan gelijk aan $2.\pi.x$. En dan is de oppervlakte van een volledige segmentring dus niets anders dan $dS = 2.\pi.x.r.d\theta$. Maar hier zien we dat $x = r.\sin\theta$ en dus wordt $dS = 2.\pi.r.\sin\theta.r.d\theta = 2.\pi.r^2.\sin\theta.d\theta$

(Noteer als we deze formule integreren voor θ gaande van 0 tot π dan bekomen we $S = 2.\pi.r.\sin\theta.r.d\theta = 2.\pi.r^2.2$ wat niets anders is dan de oppervlakte van een bol. En dat hebben we op school geleerd)

En met $\frac{P_t}{m^2} = \mu.c.H_t^2 = 120.\pi.H_t^2$ of $dP_t = 120.\pi.H_t^2.dS = 120.\pi.H_t^2.2.\pi.r^2.dL$ en

vullen we hier de waarde dH nog in dan bekomen we

$$dP_t = 120.\pi.\left(\frac{i.dL.\sin\theta}{2.\lambda.r}\right)^2.2.\pi.r^2.\sin\theta.d\theta = \frac{60}{\lambda^2}.\pi^2.i^2.dL^2.(\sin\theta)^3.d\theta$$

Dan zal het totaal uitgestuurd vermogen in functie van de lengte waarmee gestraald wordt (de antenne) de integratie zijn van de hoek $d\theta$ van 0 tot 90° voor een halve bol, en dit vermenigvuldigd maal 2 om de hele boloppervlakte voor een antenne lengte van $2L$ ofwel

$$P_t = 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{60}{\lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot i^2 \cdot dL^2 \cdot (\sin\theta)^3 \cdot d\theta = \frac{120}{\lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot i^2 \cdot dL^2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3 \cdot \sin\theta - \sin 3\theta}{4} \cdot d\theta$$

Hierin is ingevuld wat ik normaal op school had moeten leren dat $(\sin)^3 = \frac{3}{4} \cdot \sin\theta - \frac{\sin 3\theta}{4}$ en verder uitgewerkt bekomen we dat

$$P_t = \frac{120}{4 \cdot \lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot i^2 \cdot dL^2 \left| -3 \cdot \cos\theta + \frac{\cos 3\theta}{3} \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{120}{4 \cdot \lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot i^2 \cdot dL^2 \left[3 - \frac{1}{3} \right] \text{ en uiteindelijk}$$

$$P_t = \frac{80}{\lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot i^2 \cdot dL^2 [W] \quad (4.24.1)$$

En voor de fans van de Electriche velden kunnen we ook schrijven, indien we de formule (4.9.2) $dE_{far} = \frac{60 \cdot \pi \cdot i \cdot dL \cdot \sin(\theta)}{\lambda \cdot r}$ nog eens bovenhalen, en slechts geïnteresseerd zijn in het horizontale vlak, of met andere woorden dat de ontvangst antenne op het zelfde horizontale vlak en zelfde verticale richting geplaatst is zodat $\sin\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ bekomen we uit (4.24.1)

dat $I_o = \sqrt{P_t \frac{\lambda^2}{80 \cdot \pi^2 \cdot dL^2}} = \frac{\lambda}{\pi \cdot dL} \sqrt{\frac{P_t}{80}}$ en dit ingevuld in

$$dE_{far} = \frac{60 \cdot \pi \cdot i \cdot dL}{\lambda \cdot r} = \frac{60 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot dL}{\pi \cdot \lambda \cdot r \cdot dL} \sqrt{\frac{P_t}{80}} = \frac{\sqrt{45 \cdot P_t}}{r} \quad (4.24.2)$$

Vooraleer we verder gaan kunnen we reeds vaststellen dat de verhouding tussen E_{far} van een isotropische antenne zoals berekend in formule (4.14.6) $E_{riso} = \frac{\sqrt{30 \cdot P_t}}{r}$ en deze van een rechtopstaande antenne zoals berekend in formule (4.24.2) $E_{rant} = \frac{\sqrt{45 \cdot P_t}}{r}$ (zonder in detail in te gaan op de relatie die er ook nog bestaat tussen I_o en de lengte L , en daarom E kan

invullen in plaats van dE) is deze $\frac{E_{rant}}{E_{riso}} = \frac{\frac{\sqrt{45 \cdot P_t}}{r}}{\frac{\sqrt{30 \cdot P_t}}{r}} = \sqrt{1,5}$ en vermits E^2 evenredig is met het

vermogen P zal dus $\frac{P_{rant}}{P_{riso}} = 1,5 = G_a$ en dit noemt men de antenne winst G_a .

Maar wat is de fysische betekenis van deze antenne winst want in feite is er in beide gevallen een zelfde vermogen uitgezonden. Hiervoor moeten we het straling diagram eens bekijken.

Dit wordt verder in een afzonderlijk paragraaf behandeld.

Willen we het E_{far} berekenen of met andere woorden het elektrisch veld op een afstand r van de zendantenne (en zodoende noemen we E_{far} ook E_r of het elektrisch veld op een afstand r).

Maar dan moeten we een uitdrukking vinden in de formule $dE_{far} = \frac{60\pi i dL}{\lambda r}$ voor $i dL$

zodat we de integraal $\int dE_{far} = \frac{60\pi \int i dL}{\lambda r} = E_r = \frac{60\pi \int i dL}{\lambda r}$ kunnen uitvoeren. Daarom moeten we een relatie vinden die ons vertelt hoe groot de stroom is in een antenne over een willekeurig klein deeltje dL van de antenne zodat we dan de integraal kunnen uitvoeren of we moeten op een andere manier aan de weet zien te komen hoe groot die waarde is.

We gaan eerst deze laatste methode bekijken.

5.16 Stroomverdeling in een werkelijke antenne

Nu zouden we kunnen besluiten dat vermits $P_t = R I^2$ dat we hieruit de weerstand van de antenne zouden kunnen berekenen als $R = \frac{P_t}{I^2}$ maar dit zou veronderstellen dat in een antenne de stroomverdeling overal hetzelfde zou zijn maar dit is niet waar. De stroomverdeling in een antenne **die kleiner of gelijk is aan $\frac{\lambda}{2}$** gedraagt zich bij benadering zoals in **Fout!** **Verwijzingsbron niet gevonden.** is weergegeven. Noteer hier reeds dat wanneer de antenne groter is dan $\frac{\lambda}{2}$ we een andere manier moeten hanteren.

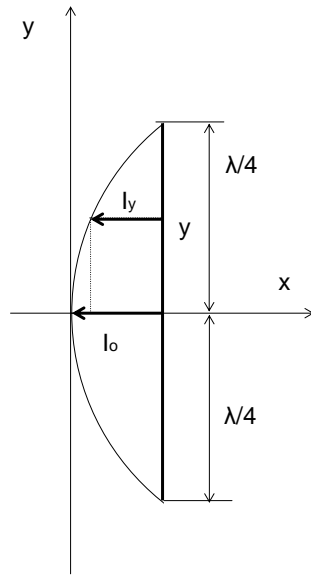


fig. 44

Dit betekent dat de amplitude van de stroom (voor een $\lambda/2$ dipool antenne) het grootste is waar de antenne gevoed wordt vanuit de zender versterker en spits verminderd naar het uiteinde van de antenne, zodat aan de top van de antenne geen stroom meer komt. Deze curve gelijk zeer sterk (is dus een benadering) op een segment van een cirkelboog en men kan

bewijzen dat $\frac{I_y}{I_o} = \cos(\alpha)$ met $\alpha = \frac{2\pi \cdot y}{\lambda}$ waarin y een bepaalde hoogte van de antenne

voorstelt. Ofwel $\frac{I_y}{I_o} = \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right)$ en in differentieelvorm is dan

$$I_y = \frac{1}{l} \int_0^l I_o \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) \cdot dy \quad (4.22.1)$$

(Dit bewijs is niet eenvoudig, en zeer wiskundig. Het volgt uit de theorie van transmissielijnen. Daarom heb ik dit bewijs in een afzonderlijk hoofdstuk "Verliesvrije lijnen" ondergebracht.)

Maar kort samengevat komt het hier op neer.

Wanneer een signaal door een draad gestuurd wordt waar het einde van de draad open is dan zal dit signaal moeten terugkeren en men krijgt dan ergens tussenin de som van het heengaande signaal en het terugkerend signaal. In een verliesvrije lijn is een heengaand signaal $E = E_o \cdot \sin(\omega t + ky)$ en een terugkomend signaal $E = E_o \cdot \sin(\omega t - ky)$ en de samenvoeging van beide signalen is $E_T = E_o \cdot \sin(\omega t + ky) + E_o \cdot \sin(\omega t - ky) = 2 \cdot E_o \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(k \cdot y)$. Hier

hebben we even een formule boven gehaald wat we op school geleerd hebben namelijk $\sin(A+B) + \sin(A-B) = 2 \cdot \sin(A) \cdot \sin(B)$

Hierin zien we een signaal dat sinusoidaal verandert met de uitgezonden zendfrequentie ωt met een amplitude van $E_T = 2 \cdot E_o \cdot \cos(k \cdot y) = 2 \cdot E_o \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda}\right)$ die dus vermindert bij toename van lengte van de antenne y en zelfs 0 wordt als, in dit geval, $y = \lambda/4$

Nu is die stroomverdeling in de antenne sterk afhankelijk van de lengte van de antenne, en voor bepaalde typische lengtes zal de antenne staande golven produceren en dus in resonantie komen en als dusdanig efficiënter stralen. Men spreekt dan van een antenne die juist afgestemd is met de zendfrequentie. De meest voorkomende antennes die in resonantie zijn met de zendfrequentie zijn de dipool antennes met een lengte van $L = \frac{\lambda}{2}, \frac{10 \cdot \lambda}{8}, \lambda$ en zijn soortgelijke monopoly of wip antennes welke precies de helft zijn als de dipool antennes namelijk antennes met een lengte van $L = \frac{\lambda}{4}, \frac{5 \cdot \lambda}{8}, \frac{\lambda}{2}$, om slechts een paar te noemen. Het zijn deze typische antennes die we verder in detail gaan bestuderen.

Men moet echter met de lengte van de antenne rekening houden dat deze niet altijd haar grootste amplitude bereikt als $L = 0$. Daarom om de formule algemeen te houden voor gelijk

welke antenne is deze $I_y = I_o \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{l}{2} - |y|\right)}{\lambda}\right)$ waarin $|y|$ de absolute waarde voorstelt van

de afstand in de antenne. Let erop door $l/2$ er in te voegen is alles 90° verschoven en is $\sin(90^\circ - y) = \cos(y)$

Maar beide formules, mits juist gebruik zijn geldig.

5.17 Stroomverdeling in een $\lambda/4$ antenne

Doe ik de berekening met de eerste formule dan zien we als $y = \frac{\lambda}{4}$ dan is

$$I_y = I_o \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda}{4 \cdot \lambda}\right) = 0 \text{ en als } y = 0 \text{ dan volgt dat}$$

$$I_y = I_o \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 0}{\lambda}\right) = 1$$

Gebruiken we de andere formule dan bekomen we

$$\text{Indien } y = \frac{\lambda}{4} \text{ dan zien we dat } \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{\lambda}{4} - \left|\frac{\lambda}{4}\right|\right)}{\lambda}\right) = 0 \text{ en dus } \frac{I_y}{I_o} = \sin(\alpha) = 0, \text{ en}$$

wanneer $y = 0$ dan is

$$\frac{I_y}{I_o} = \sin\left(\frac{2\pi \cdot \left(\frac{\lambda}{4} - |0|\right)}{\lambda}\right) = 1$$

wat overeenkomt met de vorige uitslag.

De curve voor deze $\lambda/4$ antenne is weergegeven in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.**

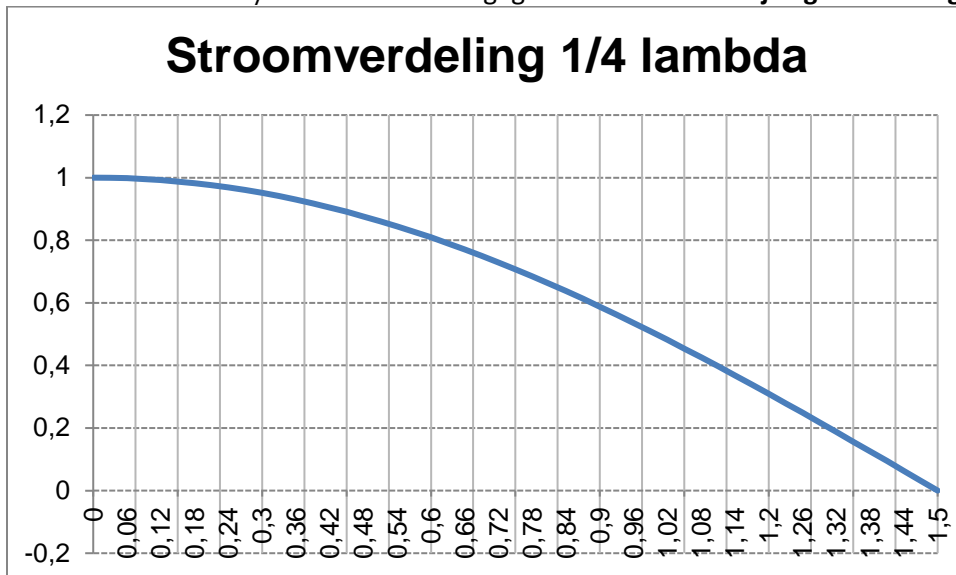


fig. 45

En vermits $I_{gem} = \frac{1}{l} \int I_y$ voor de lengte van de antenne dan kunnen we deze gemiddelde waarde van de stroom bekomen door deze integraal uit te werken. Dit wil zeggen dat we precies doen alsof de hele antenne dezelfde I_{gem} stroom uitstraalt. Noteer, dat dit ook hier weer een wiskundige voorstelling is en dat we geenszins een antenne kunnen maken die over de ganse lengte evenveel stroom vervoert. Ter herinnering stelt in deze formule I_o de amplitude voor van de stroom waar de coax kabel aan de antenne verbonden is. Maar de gehele stroom in functie van de tijd is nog steeds $i = I_o \cdot \sin(\omega t)$

Voor een $\frac{\lambda}{4}$ antenne is natuurlijk de hoogte van de antenne gelijk aan $\frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4 \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot f}$

en als bijvoorbeeld mijn zender gemaakt is om $50Mhz$ uit te zenden dan is

$$h = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 50 \cdot 10^6} = 1,5m$$

en mits invulling van $h = \frac{\lambda}{4}$ bekomen we met

$$I_{gem} = \frac{1}{l} \int_0^l I_o \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) \cdot dy$$

En met de parameters ingevuld volgt

$$I_{gem} = \frac{1}{h} \int_0^h I_o \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) \cdot dy$$

$$I_{gem} = \frac{4}{\lambda} I_o \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \left(\sin\left(\frac{2\pi \cdot \lambda}{4 \cdot \lambda}\right) - \sin\left(\frac{2\pi \cdot 0}{\lambda}\right) \right)$$

$$I_{gem} = I_o \cdot \frac{4}{2\pi} \cdot (1 - 0)$$

$$I_{gem \frac{\lambda}{4}} = I_o \cdot \frac{2}{\pi} \quad (4.23.1)$$

En onze $\int i \cdot dL$ wordt dan

$$I_{gem \frac{\lambda}{4}} \cdot \frac{\lambda}{4} = I_o \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\lambda}{4} \quad (4.23.2)$$

Persoonlijk heb ik deze integraal op Exel uitgevoerd met de trapeziumregel. Dit wil zeggen

dat $I_{gem} = \frac{1}{h} \left(I_{gem} + \frac{I_{n-1} + I_n}{2 \cdot \Delta h} \right)$ waarin uiteindelijk I_{gem} tevoorschijn komt na $n \cdot \Delta h = h$

iteraties.

Met deze methode heeft men minder kans om fouten te maken, en het is toepasbaar op alle integralen.

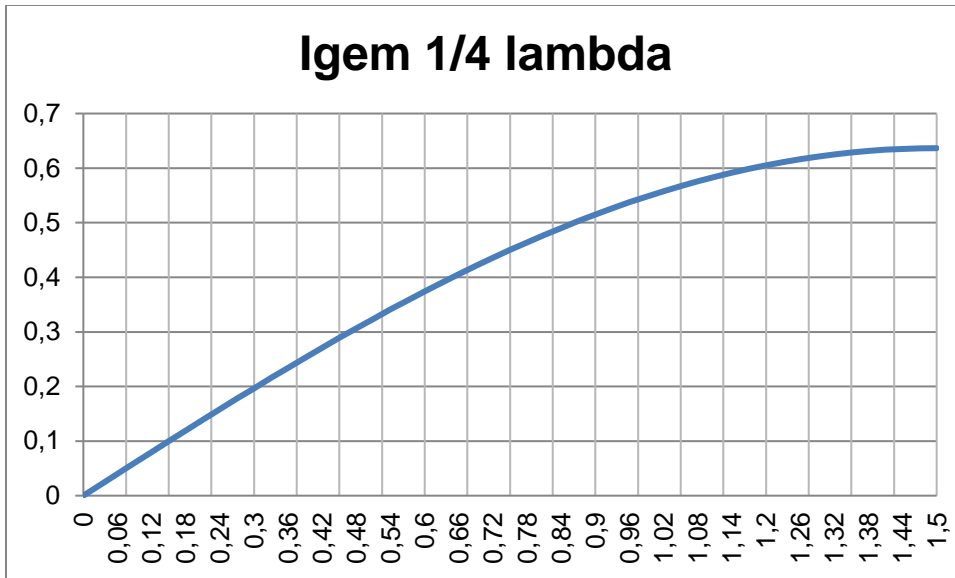


fig. 46

5.18 Stroomverdeling in een $\lambda/2$ antenne

Laten we dezelfde oefening doen maar nu voor een $\frac{\lambda}{2}$ antenne. Noteer dat de lengte van een $\frac{\lambda}{2}$ antenne voor een zender op 50MHz een lengte heeft van $h = \frac{3 \cdot 10^8}{2.50 \cdot 10^6} = 3\text{m}$, wat nogal logisch is. Maar de stroomverdeling in de antenne is nu toch anders zoals voorgesteld in fig. 47

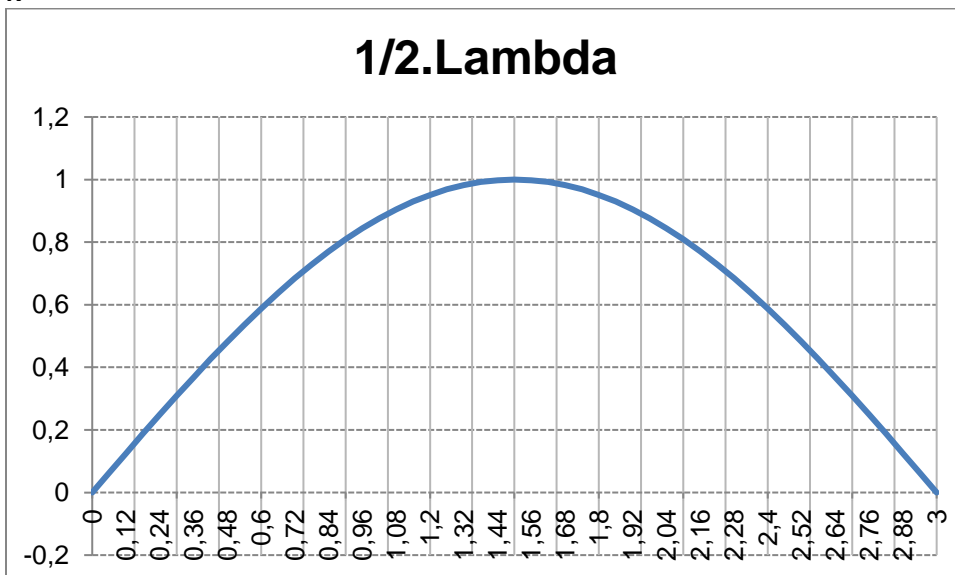


fig. 47

De amplitude van de stroom wordt gelijkmatig verminderd vanaf de toevoerdraden die verbonden zijn in het midden van de antenne naar de uiteinden van de antenne. Die twee antennestukken hebben elk een lengte van $\frac{\lambda}{4}$ maar de integraal moet genomen worden over

de ganse lengte van de antenne, dit wil zeggen tussen de grenzen $+h$ en $-h$ met $h = \lambda/4$

Aldus is

$$I_{gem} = \frac{2}{\lambda} \int_{-h}^{+h} I_o \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right)$$

$$I_{gem} = \frac{2}{\lambda} I_o \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) \Big|_{-h}^{+h}$$

$$I_{gem} = \frac{2}{\lambda} I_o \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \left(\sin\left(\frac{2\pi \cdot \lambda}{4 \cdot \lambda}\right) - \sin\left(\frac{-2\pi \cdot \lambda}{\lambda}\right) \right)$$

$$I_{gem} = I_o \cdot \frac{2}{2\pi} \cdot (1 - (-1))$$

$$I_{gem \frac{\lambda}{2}} = I_o \cdot \frac{2}{\pi} \quad (4.24.1)$$

Dit is voorgesteld in **fig. 48**

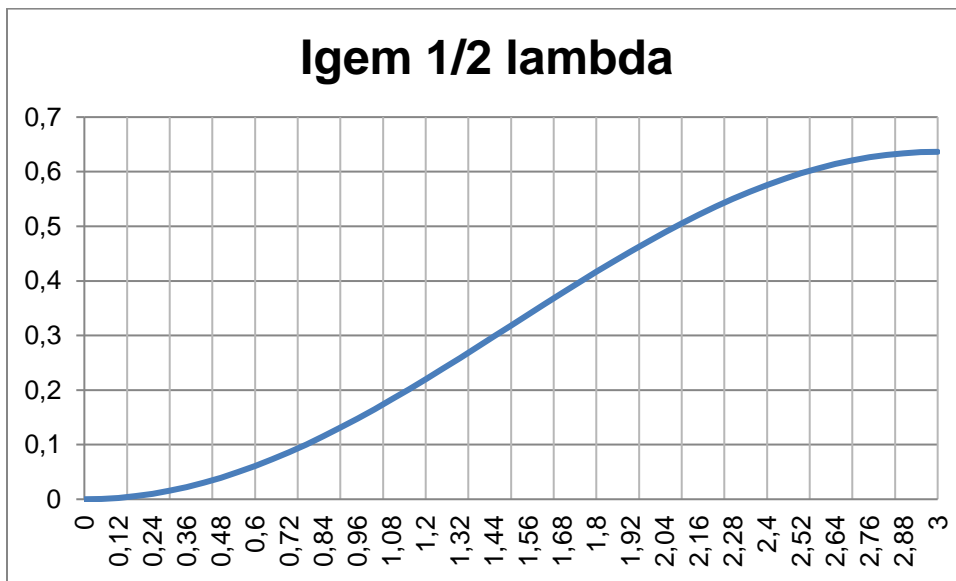


fig. 48

5.19 Stroomverdeling in een $\lambda/8$ antenne

Hoewel dit een antenne is die niet in resonantie is en dus niet een zuivere ohmse weerstand heeft, kan men toch met dezelfde formules de stroomverdeling in de antenne alsook de gemiddelde stroom berekenen.

En dus voor een antenne die gelijk is aan $\frac{\lambda}{8}$ en een frequentie van 50Mhz waarvan de golflengte gelijk is aan 6m en aan de voet van de antenne een piekwaarde heeft van 1 Amp volgt dat $I_y = I_o \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot (h - y)}{\lambda}\right)$ met $h = \frac{\lambda}{8}$ en y gaande van 0 tot h . Dit is afgebeeld op volgende grafiek.

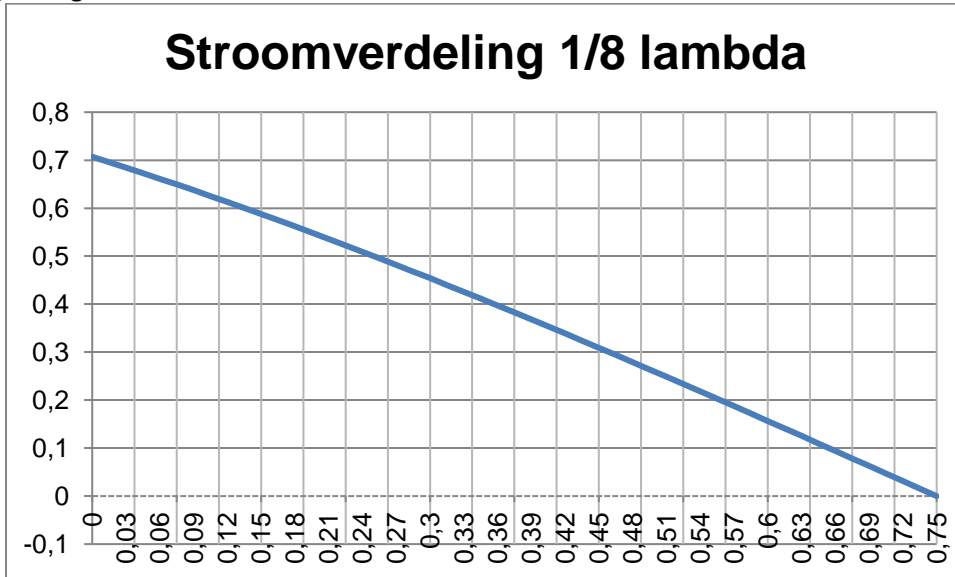


fig. 49

En de gemiddelde stroom is dan de integraal van deze curve of

$$I_{gem} = \frac{1}{h} \int_0^h I_o \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot (h - y)}{\lambda}\right) \cdot dy = 1 \cdot \frac{8}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \left[\cos\left(\frac{2\pi(\lambda - 0)}{\lambda \cdot 8}\right) - \cos\left(\frac{2\pi(\lambda - \lambda)}{\lambda \cdot 8}\right) \right] = -0.3729$$

Noteer alleen de absolute waarde is van belang. Dit is ook weergegeven in de volgende grafiek.

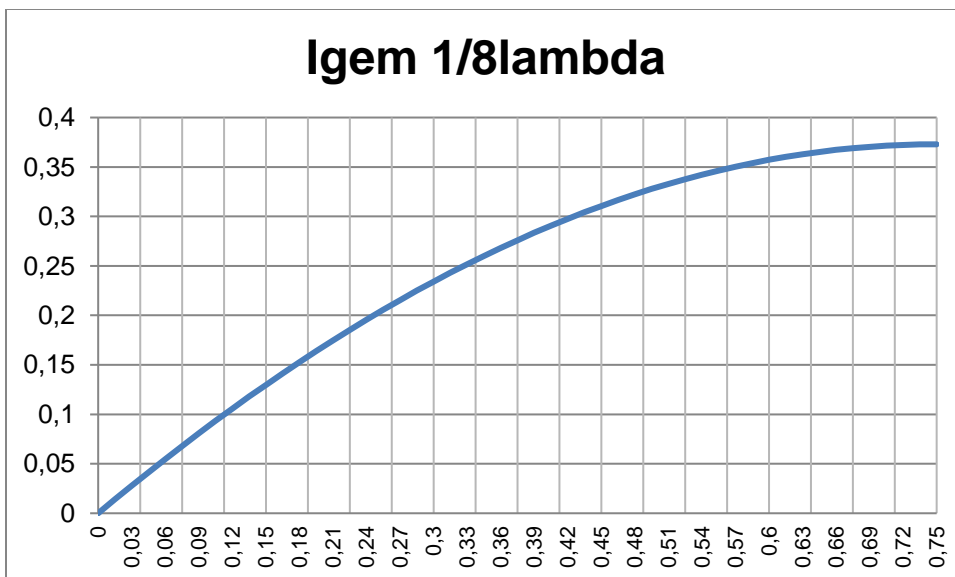


fig. 50

5.20 Stroomverdeling in een $5/8\lambda$ antenne

Opgelet de formule die we gebruikt hebben om het gemiddelde van de stroom te berekenen namelijk $I_{gem} = \frac{1}{h} \int_0^h I_o \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) dy$ is alleen van toepassing voor antennes waarvan de lengte kleiner of gelijk is aan $\frac{\lambda}{2}$ en vermits een $\frac{5\lambda}{8}$ monopoly of wip antenne hetzelfde is, voor de berekeningen als een $\frac{10\lambda}{8}$ dipool antenne, en deze is groter dan een $\frac{\lambda}{2}$ antenne, en kunnen we deze formule niet gebruiken.

De formule voor het berekenen van de stroomverdeling is echter nog wel geldig.

Laten we dezelfde oefening doen maar nu voor een $\frac{5\lambda}{8}$ antenne. Noteer dat de lengte van een $\frac{5\lambda}{8}$ antenne voor een zender op 50MHz een lengte heeft van $h = \frac{5 \cdot 3 \cdot 10^8}{8 \cdot 50 \cdot 10^6} = 3.75\text{m}$.

De stroomverdeling is dan beter uit te rekenen met de algemene formule

$$I_y = I_o \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot \left(\frac{l}{2} - |y|\right)}{\lambda}\right)$$

We herhalen hetzelfde als hierboven aangehaald en aldus bekomen we de stroomverdeling als in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.**

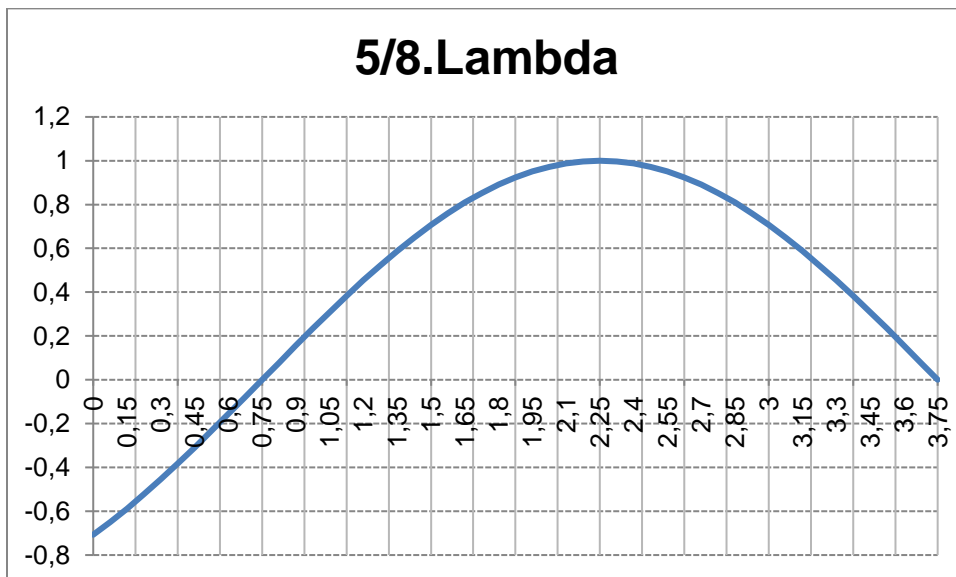


fig. 51

En ook hier kunnen we met de trapezium regel het $I_{gem} = \frac{1}{h} \int_0^h I_o \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) dy$

berekenen wat voorgesteld is in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.** en gelijk is aan 0.434488

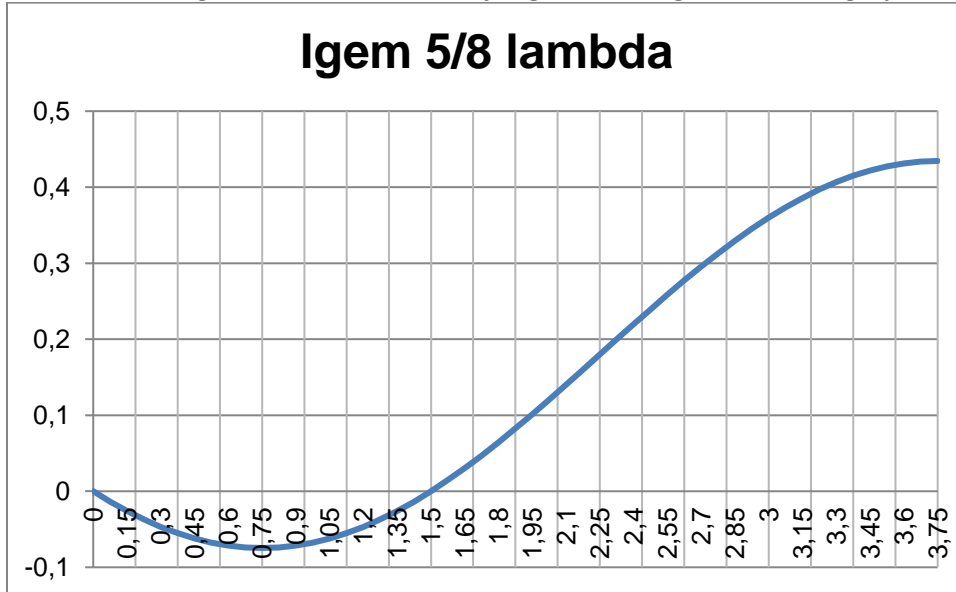


fig. 52

5.21 Stroomverdeling in een λ antenne

Laten we dezelfde oefening doen maar nu voor een λ antenne. Noteer dat de lengte van een λ antenne voor een zender op 50MHz een lengte heeft van $h = \frac{1.3 \cdot 10^8}{50 \cdot 10^6} = 6m$.

We herhalen hetzelfde als hierboven aangehaald en aldus is

$$i = \frac{1}{h} \int_0^h I_o \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) dy$$

$$i = \frac{1}{\lambda} \cdot I_o \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) \Big|_0^\lambda$$

$$i = \frac{1}{\lambda} \cdot I_o \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \left(\sin\left(\frac{2\pi \cdot \lambda}{\lambda}\right) - 0 \right)$$

$$i = \frac{1}{\lambda} \cdot I_o \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \cdot 0$$

$$i = I_o \cdot 0 = 0!!!!$$

Dit is dus theoretisch niet mogelijk tenzij $R = \infty$. We zullen verder zien dat in dit geval de weerstand wel degelijk heel groot is (200Ω en meer) maar dat de stroom aan de voet van de antenne ook niet 0 is maar nog steeds een bepaalde waarde heeft. Men zegt dat zo een antenne spanning gestuurd wordt en niet met een stroombron. Deze soort van antenne was vroeger met de buizen techniek zeer geliefd omdat de spanning op de anode van zo een buis 180V en meer bedroeg, zodat zonder aanpassing (of een transfo) deze schakeling direct kon verbonden

worden met de antenne. Verder zullen we zien dat deze antenne het verste stralingspatroon heeft in de horizontale richting.

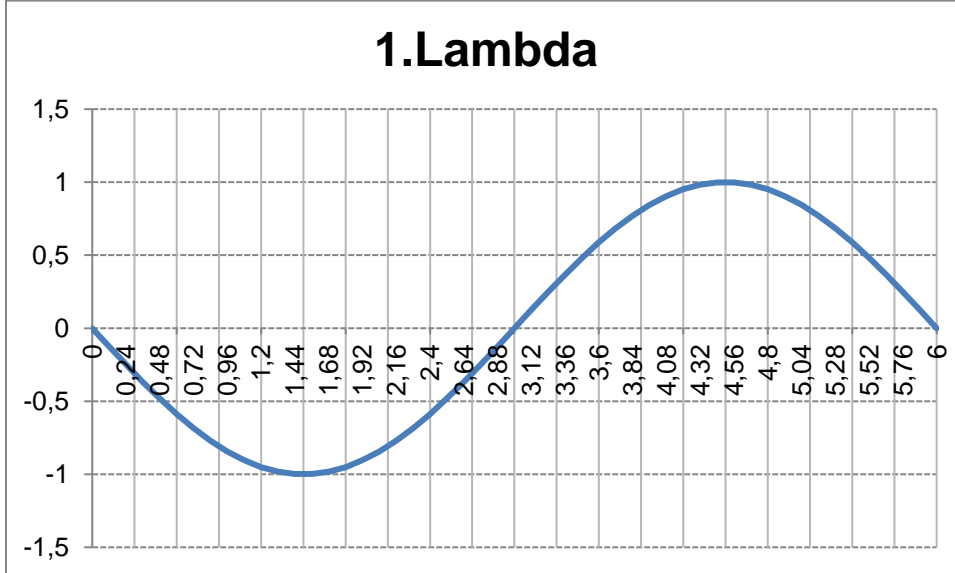


fig. 53

5.22 Stralingsweerstand van een $\lambda/4$ antenne

Een weerstand van een circuit is gedefinieerd als $R = \frac{V}{I} = \frac{V.I}{I.I} = \frac{P}{I^2}$ zo ook kan men een

stralingsweerstand bepalen als zijnde $R_{str} = \frac{P_t}{(i)^2}$

Drukken we de stroom uit in zijn maximale amplitude in plaats van I_{rms} dan is $I_{rms} = I_o/2$. En hieruit volgt natuurlijk dat $P = R \cdot I_o^2/2$.

Nu hebben we reeds een uitdrukking gevonden voor het uitgestraald vermogen in formule (4.13.1) $P_t = \frac{80}{\lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot i^2 \cdot dL^2 [W]$. Hierin is P_t het vermogen dat vrij in alle richtingen zou kunnen

uitstralen. Maar met een $\frac{\lambda}{4}$ antenne die verticaal staat opgesteld op de aarde zal maar de helft van het berekend vermogen kunnen uitzenden de andere helft is namelijk opgeslorpt door de

aarde. Dus in dit geval is $P_{t\lambda/4} = \frac{P_t}{2}$ Vullen we hier in de gevonden waarde voor I_o maar ditmaal

voor een lengte van $\frac{\lambda}{4}$ dan wordt dit $P_t = \frac{80}{\lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot \left(\frac{I_o \cdot \lambda}{2 \cdot \pi}\right)^2$

Of

$$\frac{P_{t\lambda/4}}{I_o^2} = R_{str\lambda/4} = \frac{80}{\lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2 \cdot \pi}\right)^2 \quad \text{en met } P_t = 2 \cdot P_{t\lambda/4}$$

$$\frac{P_t}{I_o^2} = R_{str\lambda/4} = \frac{2 \times 80}{\lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 = 40[\Omega] \quad (4.25.1)$$

Noteer dat, zoals reeds eerder aangehaald, dit een benaderende waarde is. De werkelijke waarde benadert de waarde van 36.5Ω . Maar om dit aan te tonen moeten we ook rekening houden met de reflectie van de uitgestraalde fotonen en dat wordt behandeld in de volgende paragraaf. Men kan deze berekeningen, maar dan in drie dimensies, ook terugvinden in boeken die speciaal zulke driedimensionale velden in detail bespreken. Een van die boeken is bijvoorbeeld "classical Electrodynamics" van John David Jackson ISBN 0-471-30932-X. Of nog beter in "Antenna Theory" van Constatine A. Balanis ISBN 0-471-59268-4

5.23 Stralingsweerstand van een $\lambda/2$ antenne

Soortgelijke oefening kunnen we natuurlijk ook uitvoeren voor een $\lambda/2$ antenne. Maar indien deze antenne minstens enkele λ afstanden boven de grond staat opgesteld zal deze wel degelijk in de hoogte als naar de grond uitstralen zodat in dit geval

$P_t = P_{t\lambda/2} = \frac{80}{\lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot i^2 \cdot dL^2 [W]$ en dan bekomen we met $i_{\lambda/2} = I_o \cdot \frac{\lambda}{\pi}$. dat

$$\frac{P_t}{I_o^2} = R_{str\lambda/2} = \frac{80}{\lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2 = 80[\Omega] \quad (4.26.1)$$

Ook hier leg ik de nadruk op, dat deze waarde een benaderende waarde is en dat de werkelijke waarde nadert naar $73[\Omega]$ indien ook rekening wordt gehouden met de reflectie.

Men ziet dat deze waarde dubbel zo groot is als de stralingsweerstand van een $\frac{\lambda}{4}$ antenne.

5.24 Stralingsweerstand van een $5\lambda/8$ antenne

Soortgelijke oefening kunnen we natuurlijk ook uitvoeren voor een $5\lambda/8$ antenne. Maar men moet wel degelijk rekening houden dat I_o de stroom is aan de voet van de antenne, maar deze is niet gelijk aan de .Inderdaad de maximale stroom ligt op $\lambda/2$ afstand of $4 \cdot \lambda/8$.Dat wil zeggen dat dit maximum op $1\lambda/8$ minder ver ligt. Met andere woorden $I_o = I_{max} \cdot \sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = I_{max} \cdot 0.9239$ Vullen we dit in, in de algemene formule dan wordt.

$$\frac{P_t}{I_{max}^2} = R_{str5\lambda/8} = \frac{2 \times 80}{\lambda^2} \cdot \pi^2 \cdot \left(\frac{0.468\lambda}{0.9239\pi} \right)^2 = 41.05[\Omega] \quad (4.26.2)$$

Ook hier leg ik de nadruk op, dat deze waarde een benaderende waarde is en dat de werkelijke waarde nadert naar $51.35[\Omega]$ indien ook rekening wordt gehouden met de reflectie.

5.25 De effectieve hoogte van een antenne

Nu dat we uitgerekend hebben wat de gemiddelde stroom is die in een antenne stroomt, betekent dat ook dat de integraal (of de oppervlakte) begrensd door de stroom curve i en de lengte van de antenne h gelijk moet zijn aan $I_{gem} \cdot h$. Maar meestal kennen we de amplitude van de stroom I_o uit de gegevens van het uitgestraald vermogen van de zender en de aard van de antenne, namelijk $P = R \cdot I_o^2 / 2$ hierin stelt R de weerstand van de antenne voor. Men zou dus evengoed kunnen schrijven dat $I_{gem} \cdot h = I_o \cdot h_{eff}$ of $h_{eff} = I_{gem} \cdot h / I_o$. Let wel h_{eff} . Is een fictieve waarde laten we zeggen een wiskundig trucje. Dit is weergegeven in

Als we dus, in praktische toepassingen, iets uitrekenen met I_o dan moeten we ook met de daarbijhorende (h_{eff}) rekenen en niet met de fysische lengte (h) van de antenne.

5.26 Algemene opmerkingen

Zonder in alle details te treden moet men weten dat een antenne die niet zuiver in resonantie is, (zoals een $\frac{5\lambda}{8}$ of $\frac{\lambda}{8}$ antenne) buiten een reële weerstand waarde ook een capacitieve of inductieve component hebben (een jX component). Voor een antenne die kleiner is dan een $\frac{\lambda}{4}$ golflengte zal capacitief zijn en moet gecompenseert worden met een inductie (aan de voet) in de antenne. Evenzo zal een antenne die groter is dan een $\frac{\lambda}{4}$ maar kleiner dan een $\frac{\lambda}{2}$ golflengte zal zich inductief gedragen en moet gecompenseerd worden met een capaciteit aan de voet of soms aan de top van de antenne om de antenne terug een reële waarde van te maken.

Dit is voorgesteld in volgende figZZ.

Een ander belangrijk punt is dat we steeds vanuit gegaan zijn dat we de stroom aan de voet van de antenne I_o kennen. Maar meestal kennen we deze waarde niet, tenzij men de weerstandswaarde van de antenne kennen. Maar we hebben hierboven juist aangetoond dat we deze weerstand maar tot een zekere benadering kunnen uitrekenen, en daarenboven alleen maar voor eenvoudige antennes.

Maar wat we van een zender zeker weten is zijn zendvermogen. We zullen dus nog verder moeten analyseren hoe we ondubbelzinnig de weerstand van een antenne moeten berekenen.

Maar eerst een stukje wiskunde over verliesvrije lijnen om het bewijs te kunnen aantonen

dat de stroomverdeling in een antenne voldoet aan de formule $I_y = \frac{1}{l} \int_0^l I_o \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda}\right) \cdot dy$

5.27 Verliesvrije lijnen

Dit komt uit Elektronische ketens van ED.J.I.M Palmans van 1960

Beschouwen we een stuk Twin kabel met een minimale lengte Δx waaraan een spanning V_{in} wordt aangelegd en waarin ook een stroom I_{in} vloeit zoals te zien is in **fig. 54**.

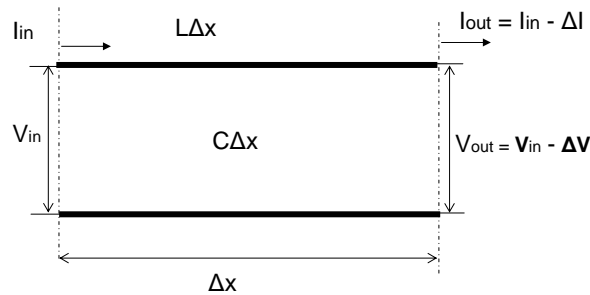


fig. 54

Men weet dat een stuk draad ook gelijk is aan een inductantie L dan is voor een kort stukje draad Δx de inductantie $L\Delta x$, en indien aangenomen wordt dat de weerstand van dat lijnstuk gelijk is aan 0Ω dan zal er langs de lijn een spanningsval zijn $\Delta V = \frac{L\Delta x di}{dt}$ en als

$\Delta x \Rightarrow dx$ dan is

$$\frac{dv}{dx} = \frac{L di}{dt} \quad (4.27.1)$$

Maar ook weten we dat er tussen twee draden een capaciteit C bestaat dan is voor een kort stukje draad Δx de capaciteit $C\Delta x$ en veronderstellen we dat de weerstand tussen de twee draden oneindig groot is dan zal er tussen de lijnen een stroom nodig zijn $\Delta I = \frac{C\Delta x dV}{dt}$

en als $\Delta x \Rightarrow dx$ dan is

$$\frac{di}{dx} = \frac{C dv}{dt} \quad (4.27.2)$$

Wezen de stroom die door de draad loopt een wisselstroom, namelijk $i = I_o \cdot \sin(\omega t)$ en de spanning die aangelegd wordt $v = V_o \cdot \sin(\omega t)$ dan zal de afgeleiden van de stroom en spanning er als volgt uitzien $\frac{di}{dt} = I_o \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$ en de amplitude ervan is dan

$$\frac{di}{dt} = I_o \cdot \omega \quad (4.27.3)$$

Op gelijke wijze is dan de afgeleiden van de spanning er als volgt uitzien

$$\frac{dv}{dt} = V_o \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \text{ en de amplitude ervan is dan}$$

$$\frac{dv}{dt} = V_o \cdot \omega \quad (4.27.4)$$

Vullen we (4.XX.3) in (4.XX.1) dan bekomen we dat

$$\frac{dv}{dx} = L \cdot I_o \cdot \omega \quad (4.27.5)$$

En differentiëren we beide kanten van de vergelijking nogmaals met dx (noteer dx en niet dt !!!) dan wordt dit

$$\frac{d^2v}{dx^2} = L \cdot \omega \cdot \frac{dI_o}{dx} \text{ . Hierin herkennen we } L \cdot \omega = z \text{ als de impedantie van de lijn of}$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = z \cdot \frac{dI_o}{dx} \quad (4.27.6)$$

Zo ook kunnen we hetzelfde herhalen met (4.27.4) in (4.27.2) en dan bekomen we dat

$$\frac{di}{dx} = C \cdot V_o \cdot \omega \quad (4.27.7)$$

En differentiëren we beide kanten met dx dan wordt dit

$$\frac{d^2i}{dx^2} = C \cdot \omega \cdot \frac{dV_o}{dx} \text{ hierin herkennen we } C \cdot \omega = g \text{ als het omgekeerde van de impedantie van een capaciteit of}$$

$$\frac{d^2i}{dx^2} = y \cdot \frac{dV_o}{dx} \quad (4.27.8)$$

Wanneer we nu in $i = I_o \cdot \sin(\omega t)$ alleen maar rekening houden met de amplitude dan kan ik $i = I_o$ stellen en ook $v = V_o$

Wanneer we nu nogmaals (4.27.3) met (4.27.6) combineren dan bekomen we dat

$$\frac{d^2V_o}{dx^2} = z \cdot \frac{dI_o}{dx} = z \cdot g \cdot V_o \quad (4.27.9)$$

Doen we dit ook met (4.27.4) en (4.27.8) dan bekomen we

$$\frac{d^2i}{dx^2} = y \cdot \frac{dV_o}{dx} = z \cdot g \cdot I_o \quad (4.27.10)$$

Nu is de algemene vorm van deze twee laatste vergelijkingen van de vorm

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = a^2 \cdot y \text{ waarvan men weet dat de algemene oplossing van deze differentiële}$$

vergelijking van de 2^{de} orde gelijk is aan $y = A.e^{ax} + B.e^{-ax}$ Hierin is $a^2 = z \cdot g$ en A en B twee constanten zijn die moeten bepaald worden door de initiële voorwaarden.

Als dusdanig krijgen we als oplossingen dat

$$v = A.e^{a \cdot x} + B.e^{-a \cdot x}$$

Laten we proberen de constanten te bepalen door de grensvoorwaarden in te vullen.

Als we vanaf het einde van de lijn beginnen te meten dan is met $x = 0$ het natuurlijk dat $i = i_u = I_u \cdot \sin(\omega t)$ en $v = v_u = V_u \cdot \sin(\omega t)$

Of

$$v_u = A + B \quad (4.27.11)$$

Differentiëren we onze vergelijking dan bekommen we dat $\frac{dV_u}{dx} = A \cdot a \cdot e^{a \cdot x} - B \cdot a \cdot e^{-a \cdot x}$

Nu weten we dat volgens (4.XX.5) $\frac{dV_u}{dx} = L \cdot I_u \cdot \omega = z \cdot I_u$ en met $x = 0$

Of

$$i_u = \frac{1}{z} (A \cdot a - B \cdot a) = I_u \cdot \frac{a}{z} (A - B) = I_u \cdot \sqrt{\frac{g}{z}} (A - B) \quad (4.27.12)$$

Uit deze twee laatste vergelijkingen kunnen we A en B bepalen en we vinden dat

$$A = \frac{1}{2} \left(v_u + i_u \cdot \sqrt{\frac{z}{g}} \right) \text{ en } B = \frac{1}{2} \left(v_u - i_u \cdot \sqrt{\frac{z}{g}} \right) \text{ Vullen we ook } z = L \cdot \omega \text{ en } g = C \cdot \omega \text{ in dan}$$

wordt $\sqrt{\frac{z}{g}} = \sqrt{\frac{L \cdot \omega}{C \cdot \omega}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_o$ en dit wordt de karakteristieke impedantie genoemd.

En ten slotte wordt de oplossing van ons kort stuk lijntje

$$v = \frac{1}{2} (v_u + i_u \cdot Z_o) \cdot e^{a \cdot x} + \frac{1}{2} (v_u - i_u \cdot Z_o) \cdot e^{-a \cdot x} \text{ nu kunnen we } \frac{v_u}{i_u} = Z_u \text{ definiëren als de}$$

uitgang impedantie of de vorige formule kan ook geschreven worden als

$$v = \frac{1}{2} \left(v_u + \frac{v_u}{Z_u} \cdot Z_o \right) \cdot e^{a \cdot x} + \frac{1}{2} \left(v_u - \frac{v_u}{Z_u} \cdot Z_o \right) \cdot e^{-a \cdot x} \quad (4.27.13)$$

en zo ook wordt

$$i = \frac{1}{2} \left(i_u + \frac{v_u}{Z_o} \right) \cdot e^{a \cdot x} + \frac{1}{2} \left(i_u - \frac{v_u}{Z_o} \right) \cdot e^{-a \cdot x} \text{ en met invullen van } \frac{v_u}{i_u} = Z_u \text{ bekommen we}$$

$$i = \frac{1}{2} \left(\frac{v_u}{Z_u} + \frac{v_u}{Z_o} \right) e^{a.x} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_u}{Z_u} - \frac{v_u}{Z_o} \right) e^{-a.x} \quad (4.27.14)$$

een woordje over $a = \sqrt{z.g}$ Hierin moet men blijven opmerken dat eigenlijk $z = j.L.\omega$ en $g = j.C.\omega$ zodat $a = \sqrt{z.g} = j.\omega.\sqrt{L.C}$

nu is $e^{j.\beta.x} = \cos(\beta.x) + j.\sin(\beta.x)$ en $e^{-j.\beta.x} = \cos(\beta.x) - j.\sin(\beta.x)$

Als we dit toepassen op een antenne, dat wil zeggen op een draad die op het einde open is. Dan is de uitgangsimpedantie $Z_u = \infty$ en nemen we aan dat we een sinusoidale spanning aanleggen vanuit de zender zodat $v_o = V_o.\cos(\omega.t)$

Passen we dit toe in onze formule dan bekommen we

$$v = \frac{1}{2} \left(v + \frac{v}{Z_u} . Z_o \right) e^{a.x} + \frac{1}{2} \left(v - \frac{v}{Z_u} . Z_o \right) e^{-a.x}$$

$$v = \frac{1}{2} V_o . \cos(\omega.t) . (\cos(\beta.x) + j.\sin(\beta.x)) + \frac{1}{2} V_o . \cos(\omega.t) . (\cos(\beta.x) - j.\sin(\beta.x))$$

$$v = V_o . \cos(\omega.t) . (\cos(\beta.x)) \quad (4.27.15)$$

Nu weten we van wat we op school geleerd hebben in driehoeksmeting (ofwel triogeometrie) dat $V_o . \cos(\omega.t) . (\cos(\beta.x)) = \frac{1}{2} V_o [\cos(\omega.t + \beta.x) + \cos(\omega.t - \beta.x)]$ en dit nu is wat precies de fysische uitleg is van dit verschijnsel, namelijk dat er een lopende golf beweging ontstaat van uit de voet van de antenne naar de top van de antenne maar tegelijkertijd er een lopende golfbeweging ontstaat vanuit de top van de antenne naar de voet van de antenne. Deze uitleg is volkomen juist voor een Twin draad die aan het einde open gelaten is. Daarin treden wel degelijk deze aangehaalde verschijnselen op. Maar ook in een $\lambda/4$ gebeuren soortgelijke verschijnselen. Dit zal nog duidelijker worden in het hoofdstuk dat gaat over reflecties.

Het bewijs van deze stelling heb ik in mijn opleiding geleerd uit het boek "Elektronische ketens" van ED.J.I.M. Palmans van 1960 en nog niet voorzien van een ISBN nummer.

5.28 Reflecties van de uitgestraalde fotonen

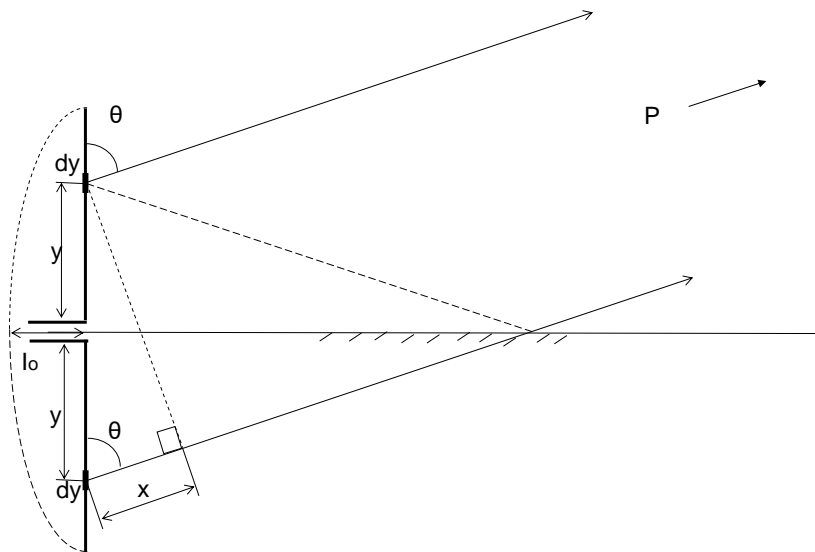


fig. 55

In bovenstaande figuur is een $\lambda/2$ antenne voorgesteld die gevoed wordt via een twin-draad met een maximale stroom van I_o . Deze stroom wordt in de twee helften (ieder helft heeft een $\lambda/4$ lengte) verdeeld zoals aangeduid in stippellijn. Op een hoogte y zal dus zowel in de bovenste helft als in de onderste helft op een stukje dy fotonen uitgestuurd worden. Deze beide fotonenstromen zijn identiek en worden in alle richtingen uitgestuurd. Noteer dat de $\lambda/2$ vrij opgehangen in de lucht staat opgesteld en hetzij horizontaal ten opzichte van de aarde staat, hetzij verscheidene meters boven het aardoppervlak zodat de weerkaatsing van de aarde buiten beschouwing kan gelaten worden.

Maar deze tekening kan ook beschouwd worden als een $\lambda/4$ antenne die verticaal opgesteld staat en gevoed wordt door een coaxkabel waarvan het onderste gedeelte aan de grond verbonden is. Deze grond moet in theorie een zeer goede geleider zijn en om geen afbreuk te doen aan de theoretische benadering van de antenne beschouwen we dit grondvlak als een zeer goed geleidend koperen of aluminium plaat. In dit geval zal op een hoogte y op een stukje dy fotonen uitgestuurd worden in alle richtingen. Nu kunnen fotonen niet op en neer gaan maar wat wel kan is dat fotonen weerkaatsen op een elektrisch geleidend materiaal. Wat er eigenlijk gebeurt is dat deze fotonen in botsing komen met de vrije elektronen in de koperplaat en daar hun energie afstaan, maar daardoor gaat het elektron een hogere snelheid krijgen en wanneer deze terugvalt, zal zij op haar beurt een foton met gelijke energie als ze gekregen heeft terug uitzenden met dezelfde hoek als het ware een zuivere reflectie. Dit is aangeduid in stippellijn. In beide gevallen ontvangt een ontvanger ver gelegen van de bron in een punt P een fotonen stroom afkomstig van dy in de bovenste helft en een fotonenstroom afkomstig van zijn onderste spiegelbeeld. De som van beide fotonenstromen zal de energie uitmaken die in punt P ontvangen wordt. Maar als we de figuur nader bekijken zien we dat de

fotonen vanuit het onderste gedeelte een grotere afstand moeten afleggen dan degene uit het bovenste gedeelte. Deze extra afstand is gelijk aan x en hier zien we dat $x = 2 \cdot y \cdot \cos(\theta)$ (4.28.1).

Dus de fotonen stroom van het onderste gedeelte zullen dus iets later in punt P aan komen dan de fotonen van het bovenste gedeelte. Vermits de verdichting en verdunning van de fotonen een sinusoidaal verloop kennen bijvoorbeeld $P \cdot \cos(\omega t)$ zal dus de ene sinus met een zekere fase verschoven zijn ten opzichte van de andere. Noemen we deze fasehoek φ dan is de andere stroom fotonen gelijk aan $P \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ En op school hebben we geleerd dat de som $P_t = P \cdot \cos(\omega t) + P \cdot \cos(\omega t + \varphi) = 2 \cdot P \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ (4.28.2) en dit is afgebeeld in

onderstaande figuur.

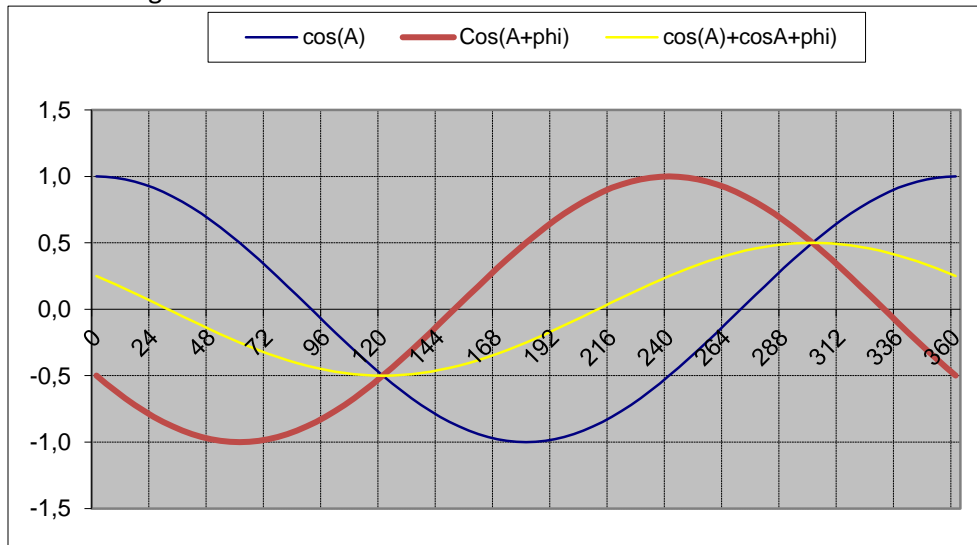


fig. 56

Hierin is duidelijk te zien dat als φ groter wordt, het uiteindelijk resultaat zal verkleinen.

Laten we nu eens proberen φ uit te drukken in functie van x en y . Bekijken we daarom eens volgende figuur

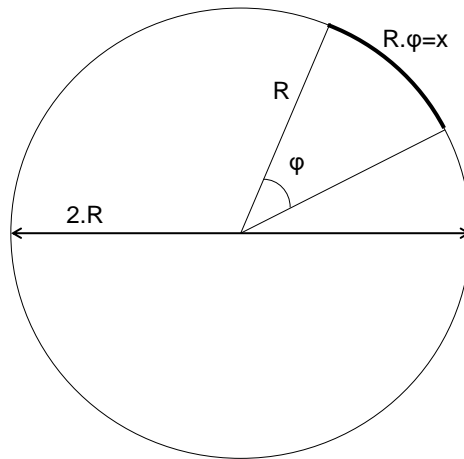


fig. 57

Hierin herkennen we op een cirkel dat $R.\varphi = x$ (4.28.3) als nu $\varphi = 2.\pi$ dan zou $x = 2.\pi.R$. En dan begint de cyclus terug opnieuw. Dit betekent dan dat $x = 2.\pi.R = \lambda$ (4.28.4) de afstand van een golflengte. Uit (4.28.3) $R.\varphi = x$ en (4.28.4) $2.\pi.R = \lambda$ volgt dat

$$\varphi = \frac{2.\pi.x}{\lambda} \text{ en dus } \frac{\varphi}{2} = \frac{2.\pi.x}{2.\lambda} \text{ en ten slotte vullen we met (4.28.2) } x = 2.y.\cos(\theta) \text{ dan wordt}$$

$$\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi.2.y.\cos(\theta)}{\lambda}$$

En het totale vermogen op een afstand P wordt dan

$$P_t = P.\cos(\omega.t) + P.\cos(\omega.t + \varphi) = 2.P.\cos\left(\omega.t + \frac{\varphi}{2}\right).\cos\left(\frac{2.\pi.y}{\lambda}.\cos(\theta)\right) \quad (4.28.1)$$

Nu is het eerste gedeelte van deze formule een sinus, maar alleen in fase verschoven, maar het tweede gedeelte is afhankelijk van zowel de hoogte y in de antenne en de hoek θ welke het punt P maakt met de antenne. Wanneer het punt P op dezelfde hoogte bevindt als de voet van de antenne dan zal $\cos(\theta) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ en de $\cos\left(\frac{2.\pi.y}{\lambda}.0\right) = 1$ en $P_{rT} = 2.P_r$

Wanneer echter $\theta = 0$ dat wil dus zeggen op een plaats recht boven de antenne en $y = \lambda/4$ dan wordt $\cos\left(\frac{2.\pi.y}{\lambda}.\cos(\theta)\right) = 0$ en dus ook $P_{rT} = 0$ Dit betekent dat recht boven de antenne niets uitgezonden wordt. Dit verschijnsel dat er hierbij optreedt, is de oorzaak dat het stralingspatroon van iedere antenne met een andere lengte ten overstaan van de golflengte een ander stralingspatroon vertoont. Maar de stralingsweerstand zal hierdoor ook

beïnvloed worden en zal daarom een andere waarde hebben dan we tot hertoe hebben uitgerekend.

Ook is dit de reden waarom het stralingspatroon in het eenvoudigste geval twee “side-lobes” zal vertonen en in drie dimensies bekeken op een “donut” lijkt.

Noteer dat een isotropische antenne de fotonen straalde in alle richtingen en dusdanig een bolvormig stralingspatroon zal vertonen maar alle reëel bestaande antennes met een zekere lengte zullen de karakteristieke “Lobes” vertonen.

We kunnen dit rekenwerk voor (4.28.2) ook anders bekijken, namelijk als de optelsom van twee vectoren die beiden even groot zijn maar met een fase φ verschoven zijn, zoals te zien is in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden..** Dan is de amplitude van van deze optelsom gelijk aan

$$P_T = P \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + P \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 2 \cdot P \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$
 terwijl de fase verschuiving van P_T ten opzichte van P ook gelijk is aan $\frac{\varphi}{2}$

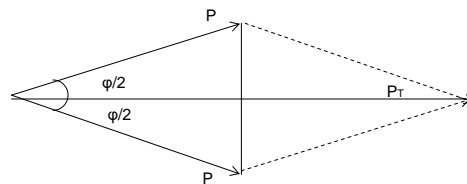


fig. 58

Uitgelegd in fotonen komt het hier op neer dat als twee even grote fotonenstromen tegelijkertijd worden uitgezonden maar op twee verschillende plaatsen zodat er een lengte verschil ontstaat ergens in de ruimte tussen *punt1 en punt2*, dan zal de ruimte opgevuld zijn met de fotonen uitgezonden vanuit *punt1* en daartussen met de fotonen van *punt2*. Het totaal uitgezonden fotonen blijft nog altijd gelijk aan de som van de fotonen *punt1 + punt2*, maar het verschil tussen beiden wordt minder en minder wanneer de ene stroom met een grotere faseverschuiving wordt uitgezonden ten opzichte van de andere. Zo sterk zelfs dat als het afstand verschil gelijk is aan een halve golflengte men een zuivere gelijke stroom van fotonen ziet. Nu is het zo dat alleen een wisselende zwerm van fotonen kan gedetecteerd worden maar niet een continue stroom van fotonen. Daarentegen in het horizontale vlak waar geen faseverschuiving is zullen beide zwermen van fotonen vanuit *pun1 en punt2* zich samenvoegen.

Vermits de zwerm fotonen vanuit *punt1* en *punt2* ook op een sinusoidale wijze veranderen maar vanaf een niveau *O* (geen fotonen) tot een niveau *P* (maximale uitstoot van fotonen) komt dit overeen met **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.** alleen dat de *O-as* met *P* waarde verschoven is naar boven, zodat de amplitudewaarde verandert van *O* tot *2.P*.

Belangrijke opmerking: Volgens Richard Feynman heeft een foton niet alleen een energiewaarde maar ook een "spin" of anders eenvoudig gezegd draait een foton om zijn as in de voorwaartse richting. Het foton ondergaat één omwenteling wanneer het één golflente verder gevlogen is. Wanneer nu 2 fotonen in de ruimte elkaar tegenkomen dan zal de totale energie op dat punt in de ruimte gelijk zijn aan $E_f + E_f = h \cdot \nu(\sin(\varphi_1)) + h \cdot \nu(\sin(\varphi_2))$. Wanneer beide fotonen een faseverschil hebben van 180° zal $\sin(\varphi_1) = -\sin(\varphi_2)$ en de totale energie $E_f + E_f = 0$ en wanneer ze beide in fase zijn zal $\sin(\varphi_1) = \sin(\varphi_2)$ en $E_f + E_f = 2 \cdot h \cdot \nu$.

Dit is wel degelijk een juistere interpretatie maar het resultaat is (bijna) hetzelfde (op een DC-spanning na).

5.29 Elektrisch veld voor een reële $\lambda/2$ antenne

We hadden gevonden dat voor een isotropische antenne het Elektrisch veld gelijk is aan
 (4.17.3) $E_{far} = \frac{60 \cdot \pi \cdot i \cdot dL \cdot \sin(\theta)}{\lambda \cdot r}$. Hierin werd dL gedefinieerd als de lengte van een puntlading. Maar we kunnen een antenne voorstellen als een serie schakeling van een eindige reeks van miniem kleine antennes. We zien in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.** hierin dy dezelfde betekenis heeft als dL . Maar in een $\lambda/2$ antenne komt dy tweemaal voor. Ook is E_{far} het totale elektrische veld van een puntlading daarom zal de formule voor een stukje dy er als volgt uitzien $dE_t = \frac{60 \cdot \pi \cdot i \cdot 2 \cdot dy \cdot \sin(\theta)}{\lambda \cdot r}$ Ook weten we dat er de relatie bestaat (4.14.7)

$$P_r = \frac{E_r^2}{120 \cdot \pi} \left[\frac{W}{m^2} \right] \text{ en dat vermits alles naar overal uitstraalt dat volgens (4.14.3)}$$

$$P_r = \frac{P_t}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \left[\frac{W}{m^2} \right]. \text{ Combineren we dit dan is } \frac{P_t}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \left[\frac{W}{m^2} \right] = \frac{E_r^2}{120 \cdot \pi} \text{ of}$$

$$\frac{\sqrt{P_t \cdot 30}}{r} = E_r = E_{far} \quad (4.29.1)$$

Een kleine oefening vertelt me als ik een zender heb van 2 Watt en ik zendt dit uit met een isotropische antenne dan heb ik over een afstand van 1000m een elektrisch veld van

$$E_{far} = \frac{\sqrt{2[W]30}}{1000[m]} = 7,74 \left[\frac{mV}{m} \right] \text{ en nog een ontvangst vermogen van}$$

$$P_r = \frac{2}{4 \cdot \pi \cdot 1000^2} \left[\frac{W}{m^2} \right] = 0.159 \left[\frac{\mu W}{m^2} \right]$$

Dit is waar voor een isotropische antenne, maar we zullen een andere manier van oplossen moeten zoeken voor een werkelijke reële antenne.

Noteer dat we geen rekening moeten houden met E_{near} vermits deze niet uitgestraald wordt maar terug gecupereerd wordt in de antenne.

Proberen we nu een uitdrukking te vinden voor een $dE_r = \frac{120 \cdot \pi \cdot i \cdot dy \cdot \sin(\theta)}{\lambda \cdot r}$ waarin we reeds weten dat volgen (4.14.1) $i_y = I_o \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda}\right) \cdot dy$.

Maar volgens (4.20.4) komt er nog een factor $\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda} \cdot \cos(\theta)\right)$ bij of alles tesamen wordt dit voor een reële $\lambda/2$ antenne dat

$$dE_r = \frac{120 \cdot \pi \cdot i \cdot \sin(\theta)}{\lambda \cdot r} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda} \cdot \cos(\theta)\right) \cdot dy$$

En om het hele elektrisch veld te kennen dat uitgestraald wordt in een richting θ moeten we de integraal nemen van deze functie of begrepen over de ganse lengte van de $\lambda/2$ antenne. Dat wil zeggen dat we moeten integreren tussen $y \Rightarrow -\lambda/4 \dots +\lambda/4$. Zodoende bekomen we

$$E_r = \int_{-\lambda/4}^{+\lambda/4} \frac{120 \cdot \pi \cdot i \cdot \sin(\theta)}{\lambda \cdot r} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda} \cdot \cos(\theta)\right) \cdot dy$$

Nu weten we uit onze schoolboeken dat $\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b))$

Passen we dit toe dan wordt

$$E_r = \int_{-\lambda/4}^{+\lambda/4} \frac{120 \cdot \pi \cdot i \cdot \sin(\theta)}{\lambda \cdot r} \cdot \frac{1}{2} \left[\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda} (1 + \cos(\theta))\right) + \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda} (1 - \cos(\theta))\right) \right] \cdot dy$$

en dit is volgens de algemene regels van integraal rekenen dat $\int \cos(a \cdot x) = \frac{1}{a} \cdot \sin(x)$

$$E_r = \frac{60 \cdot \pi \cdot i \cdot \sin(\theta)}{\lambda \cdot r} \left[\frac{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda} (1 + \cos(\theta))\right)}{\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} (1 + \cos(\theta))} + \frac{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{\lambda} (1 - \cos(\theta))\right)}{\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} (1 - \cos(\theta))} \right]_{-\lambda/4}^{+\lambda/4}$$

$$E_r = \frac{60.\pi.i.\sin(\theta)}{\lambda.r} \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{2.\pi.\lambda}{\lambda.4}(1+\cos(\theta))\right) - \sin\left(\frac{2.\pi.\lambda}{-\lambda.4}(1+\cos(\theta))\right)}{\frac{2.\pi}{\lambda}(1+\cos(\theta))} + \frac{\sin\left(\frac{2.\pi.\lambda}{\lambda.4}(1-\cos(\theta))\right) - \sin\left(\frac{2.\pi.\lambda}{\lambda.4}(1-\cos(\theta))\right)}{\frac{2.\pi}{\lambda}(1-\cos(\theta))} \right]$$

en vermits $\sin(-a) = -\sin(a)$ kan de formule vereenvoudigd worden tot

$$E_r = \frac{60.\pi.i.\sin(\theta)}{\lambda.r} \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}(1+\cos(\theta))\right)}{\frac{2.\pi}{\lambda}(1+\cos(\theta))} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}(1-\cos(\theta))\right)}{\frac{2.\pi}{\lambda}(1-\cos(\theta))} \right]$$

en vermits $\sin(a+b) = \sin(a).\cos(b) + \cos(a).\sin(b)$ en dit toegepast bekomen we

$$E_r = \frac{60.\pi.i.\sin(\theta)}{\lambda.r} \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right).\cos\left(\frac{\pi}{2}.\cos(\theta)\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right).\sin\left(\frac{\pi}{2}.\cos(\theta)\right)}{\frac{2.\pi}{\lambda}(1+\cos(\theta))} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right).\cos\left(\frac{\pi}{2}.\cos(\theta)\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right).\sin\left(\frac{\pi}{2}.\cos(\theta)\right)}{\frac{2.\pi}{\lambda}(1-\cos(\theta))} \right]$$

Vermits $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ en $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ bekomen we

$$E_r = \frac{60\pi i \sin(\theta)}{\lambda r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{\frac{2\pi}{\lambda}(1 + \cos(\theta))} + \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{\frac{2\pi}{\lambda}(1 - \cos(\theta))} \right]$$

$$E_r = \frac{\lambda \cdot 60\pi i \sin(\theta)}{2\pi \lambda r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{(1 + \cos(\theta))} + \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{(1 - \cos(\theta))} \right]$$

$$E_r = \frac{30\pi i \sin(\theta)}{\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right) \cdot (1 - \cos(\theta)) + \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right) \cdot (1 + \cos(\theta))}{(1 + \cos(\theta))(1 - \cos(\theta))} \right]$$

$$E_r = \frac{30\pi i \sin(\theta)}{\pi r} \left[\frac{2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{(1 - \cos(\theta))^2} \right]$$

en vermits $\sin(a)^2 + \cos(a)^2 = 1$ volgt dat

$$E_r = \frac{30\pi i \sin(\theta)}{\pi r} \left[\frac{2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)^2} \right] \text{ en uiteindelijk bekomen we dat}$$

$$E_{r\lambda/2} = \frac{60i}{r} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)} \left[\frac{V}{m} \right] \quad (4.29.2)$$

Indien we deze oefening zouden herhalen maar niet specifiek voor een $\lambda/2$ antenne maar voor een antenne met willekeurige lengte l en noemen we $\frac{2\pi}{\lambda} = k$ dan zouden we een zeer algemene formule bekomen die er als volgt uitziet.

$$E_r = \frac{60i}{r} \cdot \frac{\cos\left(\frac{k \cdot l}{2} \cdot \cos(\theta)\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin(\theta)} \left[\frac{V}{m} \right] \quad (4.29.3)$$

Belangrijke opmerking hierbij is dat dit een uitdrukking is van het elektrisch veld in een punt P op een afstand r verwijderd van de zendantenne onder een hoek θ en waarin de stroom de amplitude van de stroom voorstelt. Als $i = I_o$ dan is de $i_{eff} = I_o \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

Nu is de redenering als volgt: Probeer ik nu eens de som de maken van alle punten op een afstand r verwijderd van de antenne in drie dimensies dan is het kwadraat hiervan evenredig met het uitgestraald vermogen.

5.30 Opnieuw uitgestraald vermogen van een $\lambda/2$ antenne

vermits E_r de dimensies heeft van $\left[\frac{V}{m}\right]$ en dus $E_r^2 \approx P_{rad}$ de dimensies heeft van $\left[\frac{V^2}{m^2}\right]$

maar het werkelijke vermogen $P = V.I = \frac{V^2}{R} [W]$ moeten we nog het een en het andere omvormen.

Laten we eerst eens proberen te definiëren wat deze oppervlakte in de ruimte rond punt P voorstelt in functie van de afstand r en de hoek θ . Soortgelijke oefening hebben we al vroeger gedaan maar hier nogmaals in een ander daglicht voorgesteld.

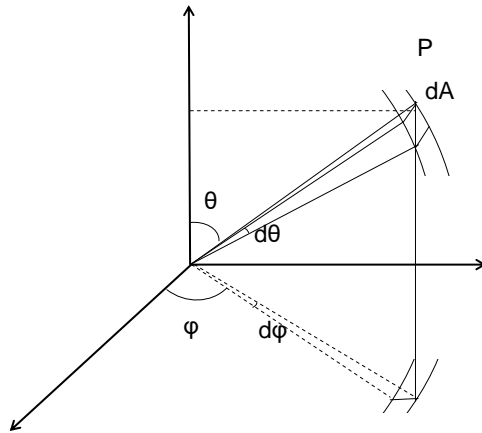


fig. 59

Hierin ziet men dat $dA = r \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta \cdot r \cdot d\phi = r^2 \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta \cdot d\phi$

Wens ik nu de E_r over de ganse oppervlakte op een afstand r te kennen dan moet ik dit integreren vooreerst over de hoek θ van $0 \dots \pi$ maar vermits de bovenkant gelijk is aan de onderkant is dit hetzelfde als 2 maal te integreren van $0 \dots \pi/2$. Maar daarna nogmaals te integreren met de hoek ϕ van $0 \dots 2\pi$. Zodat we de gehele boloppervlakte doorlopen hebben. En op ieder punt van deze bol zal het Elektrisch veld een andere waarde hebben. De sommatie van al die waarden is dus de integratie van E_r .

Dit ingevuld hebben we dus dat

$$dE_{r\lambda/2}^2 = \left[\frac{60.i}{r} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)} \right]^2 r^2 \cdot \sin(\theta) d\theta \cdot d\varphi \text{ en}$$

$$\int dE_{r\lambda/2}^2 = \int \left[\frac{60.i}{r} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)} \right]^2 r^2 \cdot \sin(\theta) \cdot \int d\varphi \text{ of met invulling van de grenzen}$$

$$E_{r\lambda/2}^2 = 2 \cdot \int_0^{\pi/2} \left[\frac{60.i}{r} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)} \right]^2 \cdot r^2 \cdot \sin(\theta) d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$E_{r\lambda/2}^2 = 2 \cdot (60.i)^2 \cdot \int_0^{\pi/2} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)^2}{\sin(\theta)} d\theta \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$E_{r\lambda/2}^2 = 60.i^2 \cdot 120 \cdot \int_0^{\pi/2} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)^2}{\sin(\theta)} d\theta \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi$$

Nu is de integraal van $\int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi$ maar de integraal van $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)^2}{\sin(\theta)} d\theta$ is heel

wat anders en ergens op het internet heb ik gevonden dat dit kan opgelost worden door deze functie om te vormen tot een reeks ontwikkeling in functie van π en de oplossing zou zijn

$$120 \cdot \int_0^{\pi/2} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)^2}{\sin(\theta)} d\theta = \frac{1}{8} \sum_{n=1}^{\infty} \left[(-1)^{n-1} \cdot \frac{(2\pi)^{2n}}{n \cdot (2n)!} \right] \text{ waarin } (2n)! \text{ de permutatie is van de } 2n \quad (4.30.1)$$

Maar dit is ook op te lossen met de gewone trapezium regel, namelijk deel de hoek θ in n gelijke delen en maak de som zodat

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)^2}{\sin(\theta)} d\theta = 120 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(f(n-1) + f(n)) \cdot \theta}{2 \cdot n!} \right]$$

Ik heb dit eventjes uitgerekend in een excel programma en het blijkt dat zelfs na $n = 10$ men al een vrij behoorlijk resultaat bekommt. Dit excel programma is weergegeven in onderstaande figuur.

n	formule(note)		permut.
1	19,7392088		1
2	-32,46969701		2
3	28,48560574		6
4	-15,06116034		24
5	5,285251357		120
6	-1,317256062		720
7	0,244912959		5040
8	-0,035250746		40320
9	0,004042538		362880
10	-0,000377983		3628800
11	2,93628E-05		39916800
12	-1,925E-06		4,79E+08
13	1,07923E-07		6,23E+09
14	-5,2332E-09		8,72E+10
15	2,21638E-10		1,31E+12
16	-8,26921E-12		2,09E+13
17	2,73843E-13		3,56E+14
18	-8,10341E-15		6,4E+15
19	2,15556E-16		1,22E+17
20	-5,18227E-18		2,43E+18

R($\lambda/2$) =

note; $R(\lambda/2) = 120 \int_0^{\pi/2} \cos(\pi/2 \cdot \cos\theta)^2 / \sin\theta \cdot d\theta = 15 \cdot \sum [(-1)^{n-1} \cdot (2 \cdot \pi)^{2n} / (n \cdot (2n!))]$
 Deze formule bepaald de radiation weerstand voor een $\lambda/2$ antenne

fig. 60

En met de trapeziumregel bekom ik

grad	rad	functie	int functie
0	0	0	0
1	0,03	0,00157	2,74745
2	0,06	0,01259	E-05
3	0,09	0,04250	0,00027
4	0,12	0,10073	0,00123
5	0,15	0,1706	0,00373
6	0,18	0,2472	0,00734
7	0,21	0,3342	0,01234
8	0,24	0,4250	0,01876
9	0,27	0,5250	0,02634
10	0,30	0,6342	0,03512
11	0,33	0,7534	0,04512
12	0,36	0,8834	0,05634
13	0,39	1,0250	0,06876
14	0,42	1,1784	0,08234
15	0,45	1,3434	0,09712
16	0,48	1,5200	0,11312
17	0,51	1,7084	0,13034
18	0,54	1,9084	0,14876
19	0,57	2,1200	0,16834
20	0,60	2,3434	0,18912

	0,17	0,19673	0,00892
5	4533	5329	8281
	0,20	0,33989	0,01829
6	944	1084	4179
	0,24	0,53955	0,03364
7	4346	847	3469
	0,27	0,80500	0,05711
8	9253	4016	0512
	0,31	1,14536	0,09115
9	4159	1513	0812
	0,34	1,56957	0,13853
10	9066	018	5309
	0,38	2,08629	0,20234
11	3972	7449	2236
	0,41	2,70384	0,28594
12	8879	5646	6005
	0,45	3,43004	0,39300
13	3786	2327	2546
	0,48	4,27211	0,52743
14	8692	4561	0543
	0,52	5,23654	0,69338
15	3599	8114	8014
	0,55	6,32893	0,89524
16	8505	3124	3741
	0,59	7,55379	1,13754
17	3412	8639	312
	0,62	8,91443	1,42496
18	8319	9105	809
	0,66	10,4127	1,76229
19	3225	3671	0944
	0,69	12,0489	2,15432
20	8132	8421	1929
	0,73	13,8217	2,60585
21	3038	1351	0784
	0,76	15,7275	3,12158
22	7945	3603	248
	0,80	17,7610	3,70606
23	2851	0114	7715
	0,83	19,9144	4,36362
24	7758	793	8896
	0,87	22,1780	5,09828
25	2665	7681	2591
	0,90	24,5395	5,91365
26	7571	885	9669
	0,94	26,9844	6,81292
27	2478	9464	4564
	0,97	29,4960	7,79869
28	7384	0725	5285

	1,01	32,0551	8,87296
29	2291	7023	5991
	1,04	34,6410	10,0370
30	7198	1615	3404
	1,08	37,2307	11,2914
31	2104	8103	3354
	1,11	39,8001	12,6358
32	7011	7662	7738
	1,15	42,3237	14,0692
33	1917	1771	0973
	1,18	44,7750	15,5893
34	6824	9969	7087
	1,22	47,1276	17,1933
35	173	1998	7592
	1,25	49,3546	18,8773
36	6637	3433	0893
	1,29	51,4300	20,6363
37	1544	3776	3329
	1,32	53,3287	22,4647
38	645	5796	1919
	1,36	55,0272	24,3558
39	1357	4821	8827
	1,39	56,5039	26,3024
40	6263	6585	7517
	1,43	57,7398	28,2964
41	117	2235	0542
	1,46	58,7185	30,3289
42	6077	9151	8819
	1,50	59,4272	32,3910
43	0983	629	2235
	1,53	59,8563	34,4729
44	589	2946	1378
	1,57		36,5648
45	0796	60	0135
	1,60	59,8563	38,6566
46	5703	2946	8893
	1,64	59,4272	40,7385
47	0609	629	8036
	1,67	58,7185	42,8006
48	5516	9151	1452
	1,71	57,7398	44,8331
49	0423	2235	9728
	1,74	56,5039	46,8271
50	5329	6585	2754
	1,78	55,0272	48,7737
51	0236	4821	1444
	1,81	53,3287	50,6648
52	5142	5796	8351

	1,85	51,4300	52,4932
53	0049	3776	6942
	1,88	49,3546	54,2522
54	4956	3433	9378
	1,91	47,1276	55,9362
55	9862	1998	2679
	1,95	44,7750	57,5402
56	4769	9969	3184
	1,98	42,3237	59,0603
57	9675	1771	9298
	2,02	39,8001	60,4937
58	4582	7662	2533
	2,05	37,2307	61,8381
59	9489	8103	6917
	2,09	34,6410	63,0925
60	4395	1615	6867
	2,12	32,0551	64,2566
61	9302	7023	3672
	2,16	29,4960	65,3309
62	4208	0725	0742
	2,19	26,9844	66,3166
63	9115	9464	7814
	2,23	24,5395	67,2159
64	4021	885	4304
	2,26	22,1780	68,0313
65	8928	7681	2012
	2,30	19,9144	68,7659
66	3835	793	7381
	2,33	17,7610	69,4235
67	8741	0114	3499
	2,37	15,7275	70,0080
68	3648	3603	2023
	2,40	13,8217	70,5237
69	8554	1351	5192
	2,44	12,0489	70,9752
70	3461	8421	8078
	2,47	10,4127	71,3673
71	8368	3671	1176
	2,51	8,91443	71,7046
72	3274	9105	3462
	2,54	7,55379	71,9920
73	8181	8639	5959
	2,58	6,32893	72,2343
74	3087	3124	5897
	2,61	5,23654	72,4362
75	7994	8114	1469
	2,65	4,27211	72,6021
76	29	4561	7216

	2,68	3,43004	72,7366
77	7807	2327	0016
	2,72	2,70384	72,8436
78	2714	5646	567
	2,75	2,08629	72,9272
79	762	7449	6047
	2,79	1,56957	72,9910
80	2527	018	674
	2,82	1,14536	73,0384
81	7433	1513	519
	2,86	0,80500	73,0724
82	234	4016	922
	2,89	0,53955	73,0959
83	7247	847	5924
	2,93	0,33989	73,1113
84	2153	1084	0853
	2,96	0,19673	73,1206
85	706	5329	7443
	3,00	0,10073	73,1258
86	1966	9534	6634
	3,03	0,04250	73,1283
87	6873	1706	6637
	3,07	0,01259	73,1293
88	1779	3342	2796
	3,10	0,00157	73,1295
89	6686	4175	7523
	3,14	1,83772	73,1296
90	1593	E-15	0271

fig. 61

Een soortgelijke oefening kan ook uitgevoerd worden voor een $5 \cdot \lambda/8$ antenne en dan vinden we dert $R_{5\lambda/8} = 51.53 \Omega$

Zo doende wordt

$$E_{r\lambda/2}^2 = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot (60i)^2 \cdot \int_0^{\pi/2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)^2}{\sin(\theta)} \right] d\theta$$

$$E_{r\lambda/2}^2 = 2 \cdot \pi \cdot 60i^2 \cdot \left[120 \cdot \int_0^{\pi/2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)^2}{\sin(\theta)} \right] d\theta \right]$$

$$E_{r\lambda/2}^2 = 2\pi \cdot 60 \cdot i^2 \cdot 73,1296$$

En met de wetenschap dat $P_r = \frac{E_r^2}{120 \cdot \pi} \left[\frac{W}{m^2} \right]$ volgt dat

$$P_r = \frac{2\pi \cdot 60}{120 \cdot \pi} \cdot i^2 \cdot 73,1296 = i^2 \cdot 73,1296 \quad (4.30.2)$$

waarin P_r het totaal vermogen voorstelt op een afstand r van de zender in drie dimensies en dus in feite het totaal vermogen van de zender voorstelt dat werkelijk uitgestraald wordt in de ruimte vanaf enige meters verwijderd van de zendantenne.

5.31 Opnieuw stralingsweerstand van een $\lambda/2$ antenne

Het is nu eenvoudig in te zien dat de stralingsweerstand gelijk is aan $P = v \cdot i = R \cdot i \cdot i = R i^2$ ofwel $R = \frac{P}{i^2}$. Hierin stelt P het totale vermogen voor en i de effectieve stroom. Dan kunnen

we direct uit de formule (4.23.3) $P_r = \frac{2\pi \cdot 60}{120 \cdot \pi} \cdot i^2 \cdot 73,1296 = i^2 \cdot 73,1296$ dat

$$\frac{P_r}{i^2} = R_{str\lambda/2} = 73,1296 [\Omega] \quad (4.31.1)$$

Noteer dat $i = I / \sqrt{2}$, maar dan is I de amplitude van de stroom en niet de effectieve waarde.

Het is eenvoudig in te zien dat als men de amplitude kent dat $\frac{2 \cdot P_r}{I_o^2} = R_{str\lambda/2} = 73,1296 [\Omega]$

5.32 Opnieuw stralingsweerstand van een $\lambda/4$ antenne

Vermits bij een $\lambda/4$ antenne de helft van het vermogen slechts een spiegelbeeld vermogen is ten opzichte van een $\lambda/2$ antenne is het begrijpelijk dat

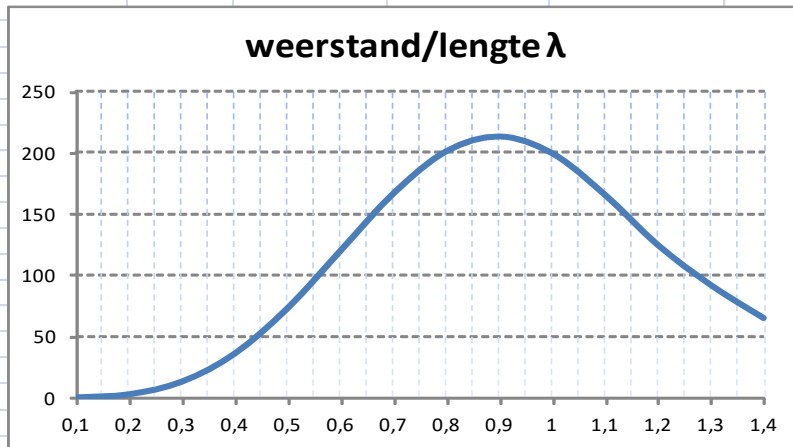
$$\frac{P_r}{2 \cdot i^2} = \frac{R_{str\lambda/2}}{2} = R_{str\lambda/4} = \frac{73,1296}{2} = 36.5648 [\Omega] \quad (4.32.1)$$

Tot hertoe hebben we de integraal uitgerekend voor het bekomen van de weerstand van een $\frac{\lambda}{2}$ en een $\frac{\lambda}{4}$ antenne maar willen we de weerstand berekenen van een willekeurige antenne met een willekeurige lengte dan moeten we de integraal uitrekenen van de algemene formule

die we gevonden hadden, namelijk $[E_r]^2 = 120 \cdot \int_0^l \left[\frac{\cos\left(\frac{k \cdot l}{2} \cdot \cos(\theta)\right) - \cos\left(\frac{k \cdot l}{2}\right)}{\sin(\theta)} \right]^2 \cdot d\theta$ en dat is

heel wat moeilijker. Ergens op het internet heb ik hiervoor een formule gevonden en met een excel programma uitgeprobeerd. Zonder enig bewijs geef ik hier de berekeningen en het resultaat weer.

n	formule(note)	permut.	algemeen		formule		C	
			Ci(kl)	Si(kl)	Ci(2kl)	Si(2kl)		
							0,577252	
1	19,7392088		1	-13,43362821	7,330382858	-53,73451	14,66077	7
2	-32,46969701		2	30,07706116	-21,88303066	481,233	-175,0642	λ (golfen,)
3	28,48560574		6	-35,91502732	35,27621977	-2298,562	1128,839	6
4	-15,06116034		24	25,84656023	-32,23725314	6616,719	-4126,368	dipool
5	5,285251357		120	-12,34535398	18,71261057	-12641,64	9580,857	$\lambda/2$
6	-1,317256062		720	4,187951907	-7,479022413	17153,85	-15317,04	kl
7	0,244912959		5040	-1,059831502	2,179831304	-17364,28	17857,18	7,330383
8	-0,035250746		40320	0,207628493	-0,48340262	13607,14	-15840,14	2kl
9	0,004042538		362880	-0,032409051	0,084262773	-8495,838	11044,49	14,66077
10	-0,000377983		3628800	0,004124569	-0,011845633	4324,924	-6210,523	10/8 λ
11	2,93628E-05		39916800	-0,000436111	0,001371187	-1829,183	2875,587	whip
12	-1,925E-06		479001600	3,89155E-05	-0,000132951	652,8941	-1115,272	$\lambda/4$
13	1,07923E-07		6227020800	-2,96962E-06	1,09542E-05	-199,2878	367,562	36,5648
14	-5,2332E-09		87178291200	1,95996E-07	-7,76378E-07	52,61232	-104,2037	$\lambda/2$
15	2,21638E-10		1,30767E+12	-1,12984E-08	4,7834E-08	-12,13161	25,68066	99,54385
16	-8,26921E-12		2,09228E+13	5,73761E-10	-2,58549E-09	2,464286	-5,552298	5/8 λ
17	2,73843E-13		3,55687E+14	-2,5862E-11	1,23589E-10	-0,444307	1,061622	53,162
18	-8,10341E-15		6,40237E+15	1,04165E-12	-5,26178E-12	0,071582	-0,180793	
19	2,15556E-16		1,21645E+17	-3,77146E-14	2,00793E-13	-0,010367	0,027597	
20	-5,18227E-18		2,4329E+18	1,23413E-15	-6,90701E-15	0,001357	-0,003797	
			\sum Ci(kl)	\sum Si(kl)	\sum Ci(2kl)	\sum Si(2kl)		
R($\lambda/2$) =			73,12960179	0,105955624	1,490001272	0,060996	1,600249	
			R =	137,8306295				
<p>note; $R(\lambda/2) = 120[(0 \text{ tot } \pi/2) \cos(\pi/2 \cdot \cos\theta)^2 / \sin\theta \cdot d\theta = 15 \cdot \sum [(-1)^n \cdot n! \cdot (2 \cdot \pi)^{2n} / (n! \cdot (2n)!)]$ Deze formule bepaald de radiation weerstand voor een $\lambda/2$ antenne de reeks kan reeds afgebroken worden na $n = 10$, dan is de fout maar 3/10000ste</p>								
<p>Note $R = 60 \{ C + \ln(kl) - Ci(kl) + 1/2 \sin(kl) [Si(2kl) - 2Si(kl)] + 1/2 \cos(kl) [C + \ln(kl/2) + Ci(2kl) - 2Ci(kl)] \}$ Deze formule bepaald de weerstand voor alle dipool antennes. De verticale whip antennes is dan R/2</p>								
<p>$k = 2\pi/\lambda$; l = lengte van de dipool antenne, deze is 2 maal zo groot als de verticale whip antenne dus voor $\lambda/4$ vult men $\lambda/2$ in en deelt R door 2, voor $5/8\lambda$ vult men $10/8\lambda$ in en deelt R door 2</p>								
<p>Note voor $R > 2.5\lambda$ moeten de \sum kolommen uitgebreid worden !!!!!</p>								
<p>$Si(x) = \sum (k=0 \dots \infty) (-1)^k \cdot x^{2k+1} / ((2k+1) \cdot (2k+1)!)$ $Ci(x) = C + \ln(x) + \sum (k=1 \dots \infty) (-1)^k \cdot x^{2k} / ((2k) \cdot (2k)!)$</p>								



Lengte	Weerstand
0,1	0,191
0,2	2,879
0,3	13,185
0,4	36,129
0,5	73,129
0,6	119,818
0,7	166,4
0,8	200,677
0,9	212,692
1	199,0877
1,1	165,303
1,2	124,41
1,3	91,851
1,4	64,942

fig. 62

Deze figuur leert me dat een dipool antenne van $\cdot 2 \cdot = 0.5$ een weerstandswaarde heeft van 73Ω en vermits een monopool of een whip antenne een weerstand heeft die steeds de helft is van een dipool is dus de weerstand van een $\lambda/4$ gelijk aan $\frac{73\Omega}{2} = 36.5\Omega$. Een $5 \cdot \lambda/8$ monopool antenne heeft dan een weerstand van $\frac{106}{2} = 53\Omega$ en een dipool antenne van een λ antenne heeft een weerstand van 200Ω . Zelden wordt een monopoly λ -antenne gebruikt, en daarom vermeld ik hier niet meer informatie hierover.

5.33 Stralingsdiagram van een antenne

Wat van wezenlijk belang is voor een zendstation dat ze met een minimum aan vermogen een maximale afstand aan de grond kunnen bereiken zodat hun grondareaal zo uitgestrekt mogelijk is. Daarom heeft men een stralingsdiagram opgesteld voor de verschillende types van antenne. Wat het stralingsdiagram eigenlijk zegt is het volgende. Veronderstel dat ik een ontvanger heb die nog behoorlijk een zender kan beluisteren als het vermogen dat hij binnenkrijgt bijvoorbeeld $1\mu W$ bedraagt. De vraag is dan waar in de ruimte rond de zender heb ik een ontvangst die meer bedraagt dan $1\mu W$. De begrenzing van dit gebied is bepaald door het stralingsdiagram. Zo een diagram is dimensieloos vermits het een verhouding uitdrukt van $\frac{P_r}{P_t}$

Maar meestal is dit diagram uitgedrukt in de verhouding van $\frac{E_r}{E_t}$. Maar vermits we de relatie

kennen tussen E en P namelijk volgens (4.14.1) $\frac{P_t}{m^2} = \frac{E_t^2}{\mu \cdot c} = \frac{E_t^2}{120 \times \pi}$ is het een koud kunstje

om de omrekening te doen.

Men kan het ook nog anders bekijken, maar dan in functie dat men de afstand tot de antenne steeds hetzelfde houdt. Eerst meet men op een bepaalde afstand (bv 100m) van de antenne het maximale vermogen. Dit is meestal (maar niet altijd) in de richting loodrecht op de antenne naar gelijk welke kant. Dan kan men deze waarde ijken (normaliseren) door deze waarde gelijk te stellen aan 1.

Dan beweegt men zich in een cirkel naar boven zodat de afstand tot de antenne steeds hetzelfde blijft (bv 100m) en bij iedere *hoek* die men maakt met de verticaal opgestelde antenne meet men terug het vermogen. Deze uitslag zal vermoedelijk een fractie zijn van het maximaal vermogen (bv. $0.8 P$). Dan plaatsen we een punt op een afstand $0.8(\text{fractie}) \times 100m(\text{afstand})=80m$ op de rechte vanuit ons hoekstandpunt tot de antenne. En zo gaat men verder tot indien gewenst men 360 graden of de hele cirkel omtrek gedaan heeft. Voor klassieke draad antennes die in alle horizontale richtingen even sterk stralen is een boog van 90° voldoende. De verbinding van al deze aangekruiste punten zal ons weer het stralingsdiagram tonen.

De volgende **fig. 63** maakt dit min of meer duidelijk.

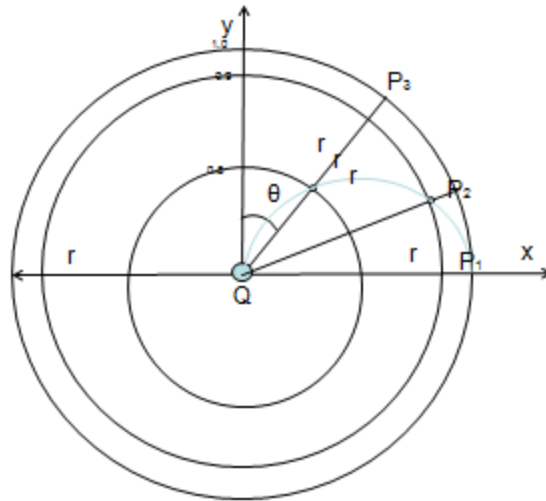


fig. 63

Het is zonder meer in te zien dat het stralingsveld van een isotropische antenne (een antenne die niet bestaat, maar als referentie patroon kan dienen) gelijk is aan cirkel. Maar het stralingsdiagram is steeds uitgedrukt in de afstand r tot een punt P en de hoek θ die dat punt maakt met de antenne. Dit zijn in feite wat men noemt polar coördinaten en moeten dus weergegeven worden in een polar diagram. Voor het eenvoudig geval van een isotropische antenne is dit nogal eenvoudig. Bekijken we even volgende **fig. 64**.

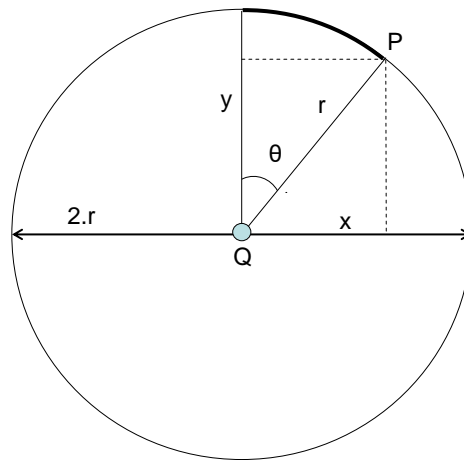


fig. 64

dan zien we dat $r \cdot \sin(\theta) = x$ en $r \cdot \cos(\theta) = y$ dan is ook $r^2 \cdot \sin^2(\theta) + r^2 \cdot \cos^2(\theta) = x^2 + y^2$ ofwel $r^2 = x^2 + y^2$ wat de vergelijking is van een cirkel met straal gelijk aan r in het centrum van het x, y cartesiaanse of rechthoekig assenkruis. Hieruit volgt dat $y = \pm\sqrt{r^2 - x^2}$ wat de normale voorstelling is van een functie $y = f(x)$ met r als parameter en gelijk aan de amplitude van het signaal. Met x lineair te veranderen van $-r < x < r$ kan men dus de cirkel tekenen. Noteer dat de functie zich splits in $y = +\sqrt{r^2 - x^2}$ en $y = -\sqrt{r^2 - x^2}$ om de bovenkant en de onderkant te tekenen.

Moest men de y -as een zekere afstand r verplaatsen dan wordt de vergelijking $y = \pm\sqrt{r^2 - (x - r)^2} = \pm\sqrt{2 \cdot x \cdot r - x^2}$. Een kleine EXEL oefening geeft ons de volgende resultaten voor de positieve waarden van de vierkantswortel.

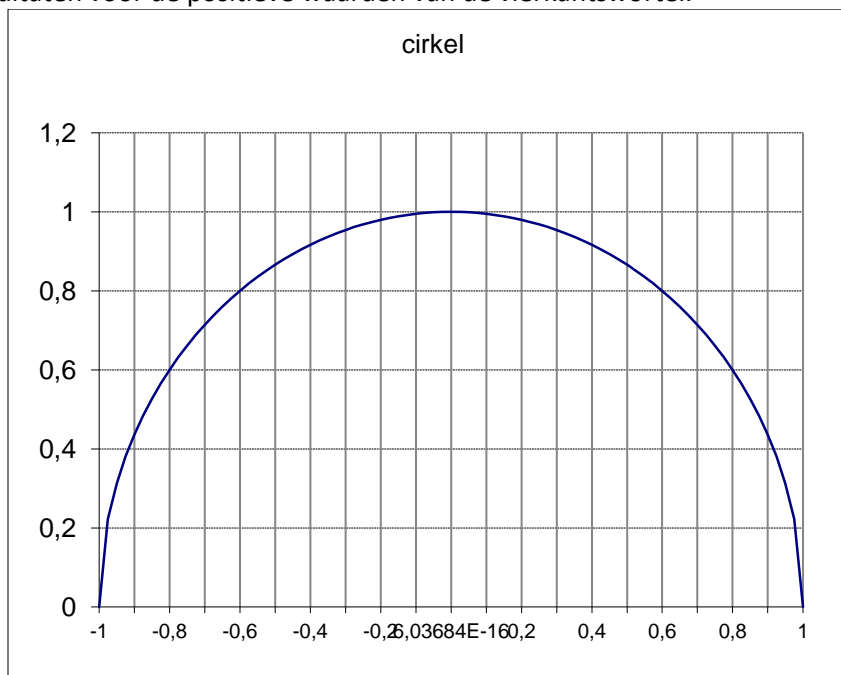


fig. 65

Dit zou dus een (half) stralingsdiagram kunnen voorstellen van een isotropische (niet bestaande) antenne.

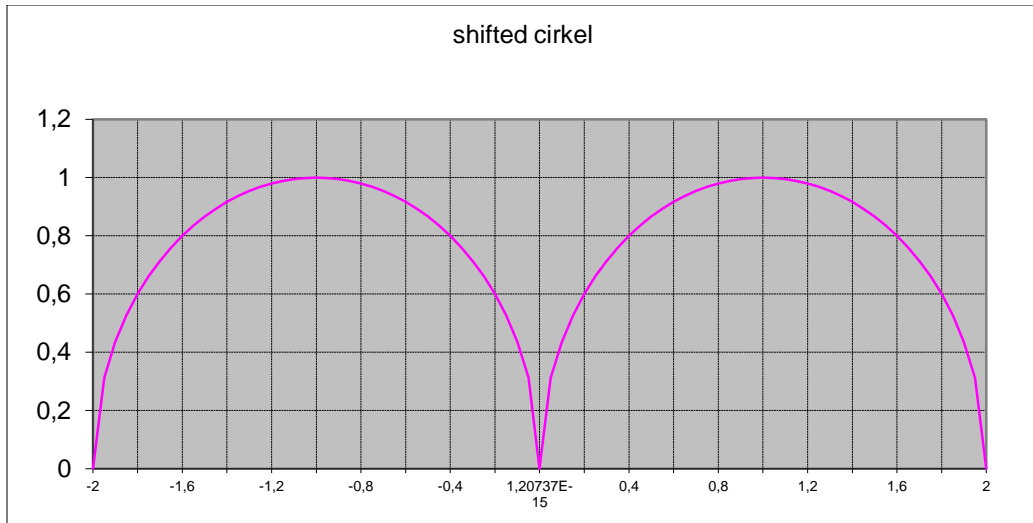


fig. 66

Beide figuren gecombineerd die beiden hetzelfde vermogen uitstralen of met andere woorden de *ruimtelijke oppervlakte* (NIET inhoud) in drie dimensies gelijk zijn, is als in **fig. 67**! **Verwijzingsbron niet gevonden.** afgebeeld.

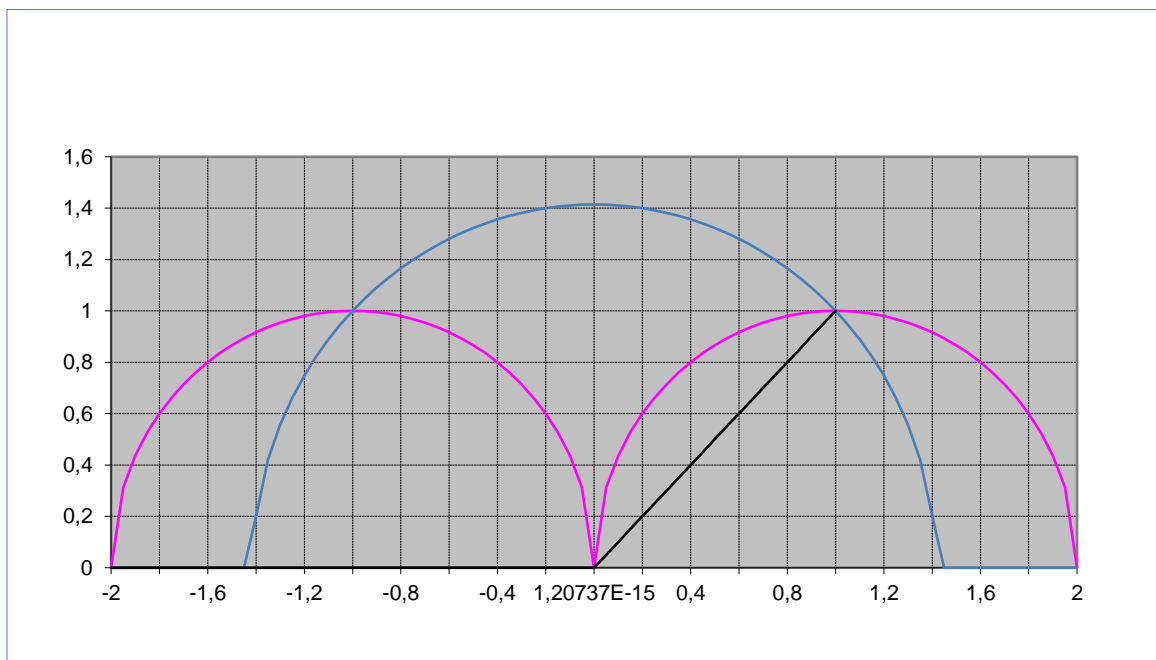


fig. 67

Dit zou dus het (halve) stralingsdiagram kunnen voorstellen van een $\lambda/2$ antenne vrij opgesteld in de ruimte en geen last van weerkaatsing van de aarde.

Maar de omvorming van $E_{r\lambda/2} = \frac{60.i}{r} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)} \cdot \left[\frac{V}{m}\right]$ naar cartesiaanse assenkruis is

niet zo eenvoudig.

Vooreerst zijn we geïnteresseerd in de afstand r in functie van de hoek θ of

$$r \cdot \sin(\theta) = x = \frac{60 \cdot i \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{E_{T\lambda/2}} \left[\frac{V}{m} \right]$$

Vooreerst moeten we een uitdrukking vinden voor $P_{r\lambda/2}$ en vermits $P_{r\lambda/2} = \frac{(E_{r\lambda/2})^2}{120 \cdot \pi}$

wordt onze formule $x = \frac{60 \cdot i \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)}{\sqrt{P_{r\lambda/2} \cdot 120 \cdot \pi}} [m]$

En vermits $P_{T\lambda/2} = R \cdot i^2$ volgt dat $i = \frac{\sqrt{P_{T\lambda/2}}}{R}$

Dit ingevuld geeft ons als we teller en noemer vermenigvuldigen met $120 \cdot \pi$

$$x = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{P_T \cdot 120 \cdot \pi}{P_r \cdot R}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right) [m]$$

Eens dat men x heeft kan men eenvoudig y uitrekenen immers als $r \cdot \sin(\theta) = x$ dan is

$$r \cdot \cos(\theta) = y = r \cdot \frac{\sin(\theta)}{\sin(\theta)} \cdot \cos(\theta) = x \cdot \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$$

In deze formule ziet men dat x , de afstand verwijderd van de zendantenne, die ik lineair kan uitzetten afhangt van het vermogen (P_T) van de zender en de weerstand van de antenne, terwijl (P_r) uitdrukt het vermogen dat op een afstand r zal aanwezig zijn. Met andere woorden, als een ontvanger nog signalen kan ontvangen als er een minimum vermogen (P_r) aan de ontvangst antenne binnenkomt dan is x de afstand van de antenne waar dit nog mogelijk is.

In deze formules zijn x (en ook y) alleen maar functies van θ en alle andere componenten zijn gekende waarden. Het is dus mogelijk om x lineair te laten toenemen ($x = 1,2,3,4\dots$) en daarbij de bijhorende hoek θ te zoeken.

Dit gebeurt door θ expliciet naar voor te brengen, zodat

$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left(x \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{P_r \cdot R_T}{P_T \cdot 120 \cdot \pi}} \right) \right] \quad (4.33.3)$$

Nu kan men in EXEL een tabel opstellen waarin men x lineair laat toenemen en steeds θ uitgerekend. Deze waarden gebruiken we dan om in de formules (4.33.1) en (4.33.2) de waarde van x en y uit te rekenen. Hierin is de verhouding $\frac{P_T}{P_r}$ een willekeurige waarde die aangeeft

hoeveel meters van de antenne men deze waarde heeft. Is bijvoorbeeld de verhouding

$\frac{P_{T\lambda/2}}{P_{r\lambda/2}} = 1000$ en is $P_{T\lambda/2} = 1Watt$ dan zal x in meters aanduiden hoever van de antenne een

vermogen gemeten wordt van $1/1000$ Watt, Terwijl y aanduidt hoe hoog ten opzichte van de antenne men deze $1/1000$ Watt kan meten. Het resultaat hiervan is afgebeeld in **fig 26**

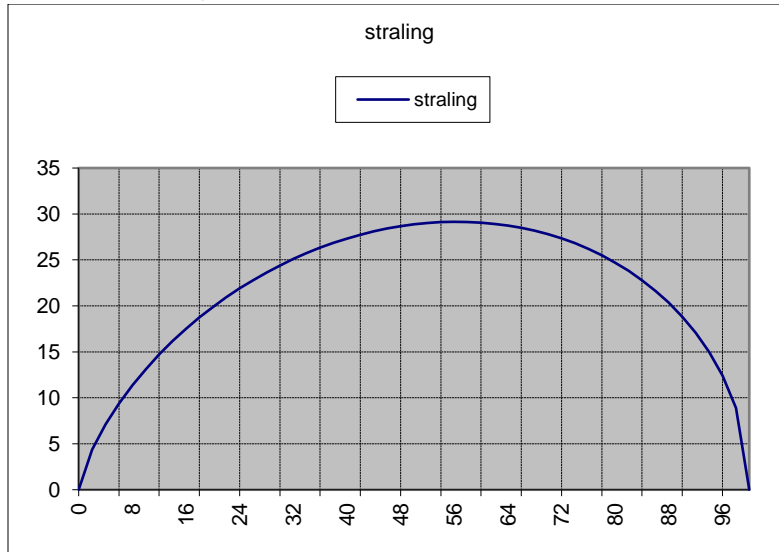


fig. 68

Het wordt echter nog ingewikkelder als we dit willen toepassen voor gelijk welke antenne lengte zoals bijvoorbeeld voor een $\lambda/4$ of $(5/8)\lambda$ antenne, om enkele van de meest voortkomende antennes te noemen. Maar ook hier kunnen we op gelijkaardige manier als hierboven een wiskundige uitdrukking vinden voor gelijk welke rechtopstaande antenne.

Om dit uit te rekenen vertrekken we van de algemene formule namelijk (4.29.3)

$$E_T = \frac{60.i}{r} \cdot \frac{\cos\left(\frac{k.l}{2} \cdot \cos(\theta)\right) - \cos\left(\frac{k.l}{2}\right)}{\sin(\theta)} \left[\frac{V}{m} \right] \text{ of}$$

$$r \cdot \sin(\theta) = x = \frac{60.i \cdot \cos\left(\frac{k.l}{2} \cdot \cos(\theta)\right) - \cos\left(\frac{k.l}{2}\right)}{E_T} [m].$$

Dan kunnen we ook hier een uitdrukking vinden van θ in functie van x en deze formule wordt dan

$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{2}{k.l} \cos^{-1} \left(x \cdot 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{P_{r\lambda x} \cdot R_x}{P_{T\lambda x} \cdot 120 \cdot \pi}} + \cos\left(\frac{k.l}{2}\right) \right) \right] \quad (4.33.4)$$

Hierin is $P_{T\lambda x}$ en $P_{r\lambda x}$ de bijbehorende vermogens en R_x de bijbehorende stralingsweerstand van de betreffende antenne en i de amplitude van de stroom van de zender of gelijk aan I_0 . Om deze stralingsweerstand te berekenen moeten we trachten de formule (4.30.1) toe te passen maar dan op de algemene formule.

Men moet terdege in het oog houden dat l de lengte is van een dipool, en dat men dus in feite de weerstand uitrekent van een opgevouwen dipool. Maar de weerstand van een

opstaande wip antenne is in feite maar de helft van deze berekende weerstand. Met andere woorden als men de stralingsweerstand van een $\lambda/4$ wilt berekenen moet men in de formule invullen $l = 2 \times \lambda/4 = \lambda/2$ en zo ook voor een rechtopstaande $(5/8)\lambda$ moet men $2 \times (5/8)\lambda = 5/4\lambda$ invullen en de gevonden uitkomst delen door 2.

Bij benadering is voor een $(5/8)\lambda$ de stralingsweerstand gelijk aan 51.53Ω en voor een $\lambda/4$ is deze 36.56Ω terwijl een $\lambda/2$ dipool antenne een weerstand van 73.12Ω heeft.

Dit geeft in een EXEL sheet de volgende figuren. **fig. 69** voor een $\lambda/4$ antenne en **fig. 70** voor een $(5/8)\lambda$ antenne

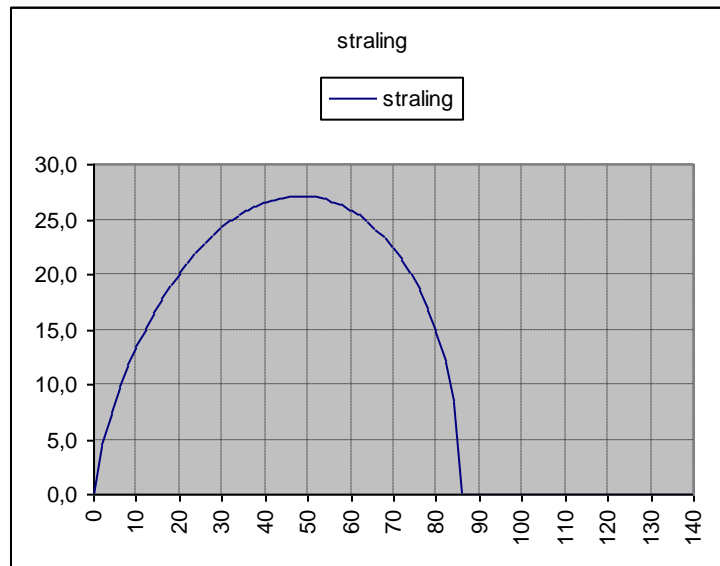


fig. 69

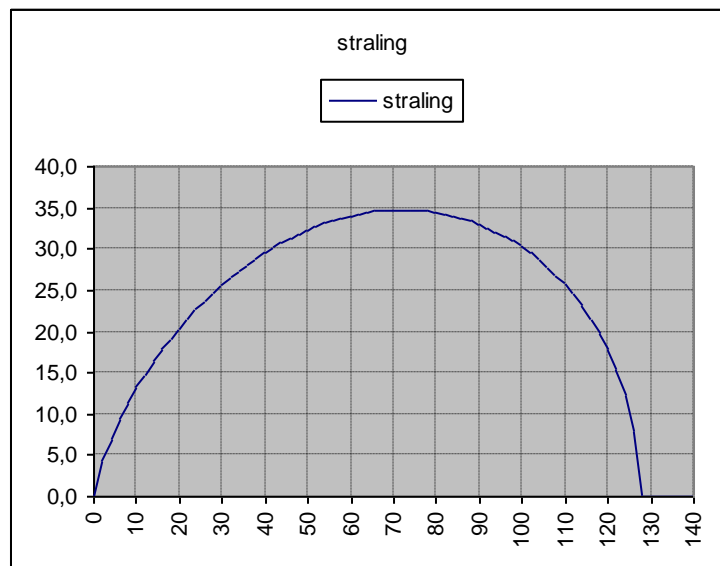


fig. 70

EXEL heeft echter ook een ander diagram voorstelling dan het cartesiaans assenkruis, namelijk het spider diagram. En in dit diagram kunnen we de afstand afzetten in functie van de hoek.

Dit geeft het volgende resultaat fig. 71. Hierin is de purperen lijn de *isotropische* antenne die genormaliseerd is tot 1, en de rode lijn $\lambda/4$ antenne de en blauwe lijn is de $\lambda/2$ antenne. De groene lijn stelt een $5\lambda/8$ antenne voor.

Men ziet hierin duidelijk dat de $\lambda/4$ antenne het minst ver straalt, maar toch ongeveer 1,4 maal meer dan de *isotropische* antenne, en een bijna bolvormige torus patroon heeft, die lijkt op twee afgeplatte sinussen. De maximale hoogte is ongeveer 0.446% van zijn lengte afstand.

Een $\lambda/2$ antenne daarentegen straalt verder, namelijk 2 maal verder dan een *isotropische* antenne maar zijn hoogte bereik is slechts 0.406% van een $\lambda/4$ antenne.

Een $5\lambda/8$ antenne daarentegen straalt het verste van allemaal en wel 2.33 maal verder dan een *isotropische* antenne. Maar zijn hoogte is slechts 0.34% dat van een $\lambda/4$ antenne. Ook merkt men dat deze antenne "side lobes" begint te vertonen dicht in de geburen van de antenne.

Men kan met dit program experimenteren en tot de conclusie komen dat buiten $\lambda/4$ en $\lambda/2$ antenne, alle andere antennes "side lobes" vertonen in de lucht in een 45° richting en als dusdanig niet erg praktisch zijn voor gebruik.

Vermits de "side lobes" van de $5\lambda/8$ klein zijn, maar zijn bereik het verste uitstrekt, wordt deze antenne zeer vaak gebruikt voor bijvoorbeeld op het dak van een auto te plaatsen voor de FM-band of nog hogere frequentiebanden.

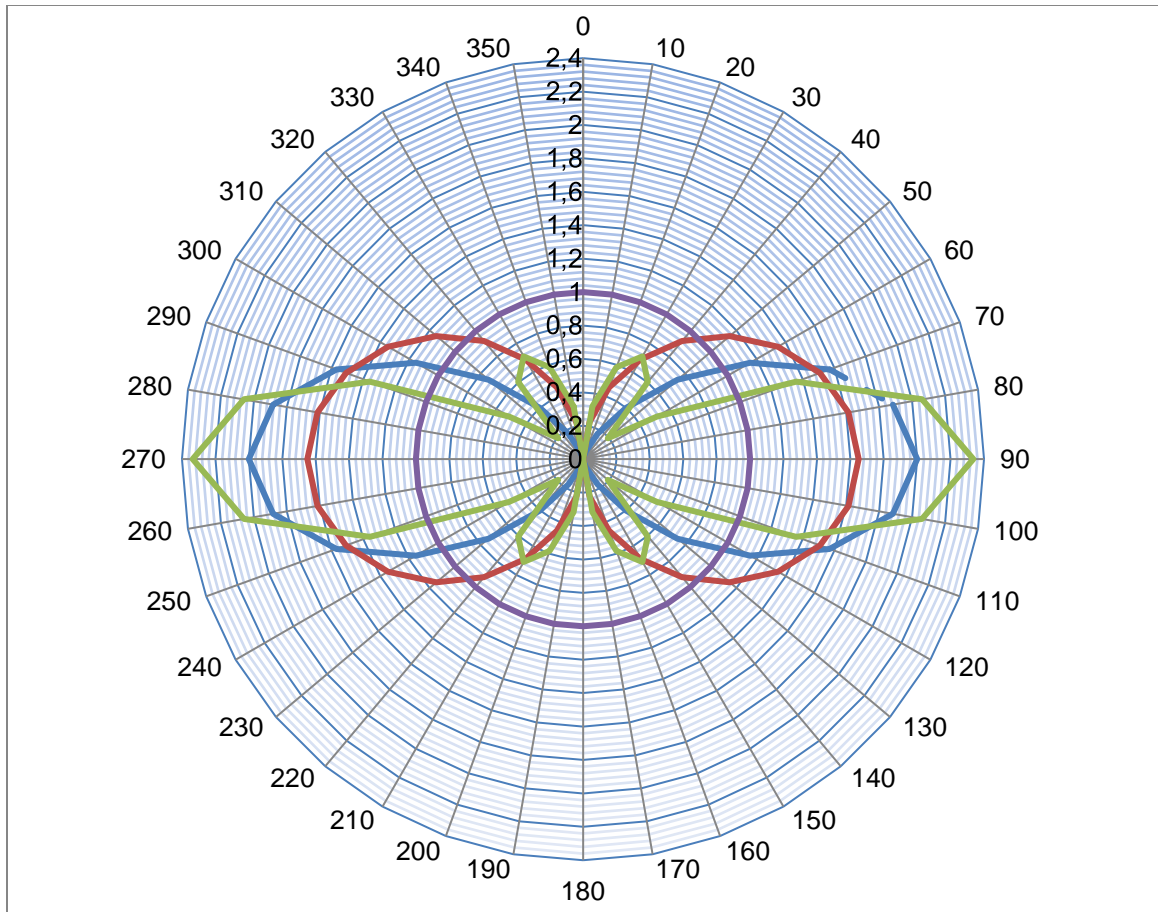


fig. 71

5.34 Omzetting in de ontvangst antenne van P/m^2 naar V

Tot hertoe hebben we steeds gesproken vanuit het gezichtspunt van de zender, en kunnen we het *vermogen/vierkante meter* bepalen op een afstand r van de zender welke zijn vermogen uitstraalt met een bepaald type antenne ($\lambda/4$, $\lambda/2$ of $5/8\lambda$ wip of monopoly). Maar de ontvanger kan best het signaal ontvangen met een andere soort antenne dan de zendantenne.

We moeten dus nog uitleggen hoe een bepaald P/m^2 (Vermogen/vierkante meter) omgezet wordt in V (Volt) aan de ingang van onze ontvanger waar de antenne is aangesloten.

Vermits een ontvangst antenne in principe hetzelfde is als een zendantenne maar in omgekeerde richting zullen dezelfde formules hier ook terugkomen.

We hebben toen gesproken over het *near-field* dat werd afgebakend door de *antenne-aperture* en toen uitgelegd dat gemiddeld genomen de fotonen in die area (dus het vermogen/vierkante meter) terug opgenomen worden in de antenne. Zo zal ook door de ontvangst-antenne de fotonen die zich bevinden in deze area geabsorbeerd worden. Deze area was voor een *isotropische antenne* gelijk aan $A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi}$. Moesten we nu een *isotropische* antenne hebben (een antenne die niet bestaat) dan zou het vermogen in de antenne gelijk zijn aan $P_o = P_r \frac{\lambda^2}{4\pi}$. Hierin is P_o het vermogen in de ontvangst antenne en P_r het vermogen per

vierkante meter. En vermits A_e een oppervlakte voorstelt heeft P_o de dimensie van [Watt]. Voor een maximale overdracht van het vermogen aan de ingang van de ontvanger moet de antenne weerstand gelijk zijn aan de ingangsweerstand. Maar dat betekent dat slechts de helft van het beschikbaar vermogen in de antenne werkelijk over de ingangsweerstand komt te staan en dus is het vermogen in de ontvanger gelijk aan $P_o = P_r \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{4\pi}$.

Vermits een isotropische antenne niet bestaat maar wel een normale antenne met een bepaalde lengte kunnen we toch de verhouding uitrekenen van een normale antenne ten opzichte van een isotropische antenne of $G_a = \dots$. Deze verhouding G_a wordt de antenne winst genoemd.

De *Antenne Aperture* is in feite de verhouding van het vermogen aan de ontvanger (P_o) en het vermogen dat aankomt aan de antenne (P_r) of $A_e = \frac{P_o}{P_r}$

Nu is volgens de algemene definitie $P_o = \frac{V_o^2}{2R_a} [W]$ met V_o de spanning aan de ontvanger en R_a de weerstand van de ontvangstantenne.

En $P_r = \frac{E_r^2}{120\pi} \left[\frac{W}{m^2} \right]$ en aldus wordt

$$A_e = \frac{P_o}{P_r} = \frac{V_o^2}{2R_a} \cdot \frac{120\pi}{E_r^2} [m^2]$$

Nu moeten we nog een relatie vinden tussen V_o en E_r . Nu is per definitie $V_o = \frac{F}{Q} l = E.l$

waarin l de effectieve lengte van de antenne voorstelt. Nu hebben we vroeger reeds

aangehaald dat $l_{eff} = \int_0^l \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) dy$ en aldus wordt $V_o^2 = E_r^2 l_{eff}^2 = E_r^2 \left[\int_0^l \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) dy \right]^2$

en we bekommen dan dat:

$$A_e = \left[\int_0^l \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) dy \right]^2 \cdot \frac{120\pi}{2R_a} = l_{eff}^2 \cdot \frac{120\pi}{2R_a}$$

Wanneer we dit uitrekenen voor de verschillende types van antenne die we tot hertoe onderzochten dan bekommen we;

Voor monopole antennes is:

$$\text{voor een } \lambda/4 \text{ antenne: } l_{eff} = \int_0^l \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) dy = \frac{\lambda}{2\pi} \left(\sin\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) \right) \Big|_0^{\frac{\lambda}{4}} = \frac{\lambda}{2\pi} = 0.159\lambda$$

$$\text{voor een } \lambda/2 \text{ antenne: } l_{eff} = \int_0^l \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) dy = \frac{\lambda}{2\pi} \left(\sin\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) \right) \Big|_{-\frac{\lambda}{4}}^{\frac{\lambda}{4}} = \frac{\lambda}{\pi} = 0.3183\lambda$$

voor een $5\lambda/8$ antenne:

$$l_{eff} = \int_0^l \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) dy = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \left(\sin\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) \right) \Big|_{\frac{\lambda}{4} \cdot \frac{5\lambda}{8}}^{\frac{\lambda}{4}} = \frac{1.7071 \cdot \lambda}{2\pi} = 0.271 \cdot \lambda$$

$$\text{en voor een } \lambda \text{ antenne: } l_{eff} = \int_0^l \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) dy = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \left(\sin\left(\frac{2\pi \cdot y}{\lambda}\right) \right) \Big|_{-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{\lambda}{2}} = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot 0 = 0$$

Hier weer zien we dat in theorie voor een λ antenne we een effectieve lengte bekomen gelijk aan 0. Maar omdat in werkelijkheid we dit nooit tegenkomen zal deze lengte toch een waarde hebben die met de theoretische kennis die hierin beschreven wordt niet te berekenen valt. noteer dat we voor een monopool $5\lambda/8$ antenne we moeten integreren, zoals altijd, tussen $l - h$ en l . Hierin is l gelijk aan $\lambda/4$ en h natuurlijk $5\lambda/8$

en voor deze **monopool** antennes is dan de Aperture gelijk aan:

$$\text{voor } \lambda/4 \text{ antenne is } A_e = l_{eff}^2 \cdot \frac{120\pi}{2R_a} = (0.159 \cdot \lambda)^2 \cdot \frac{120\pi}{2 \cdot 36.5} = 0.130 \cdot \lambda^2$$

$$\text{voor } \lambda/2 \text{ antenne is } A_e = l_{eff}^2 \cdot \frac{120\pi}{2R_a} = (0.3183 \cdot \lambda)^2 \cdot \frac{120\pi}{2 \cdot 120} = 0.160 \cdot \lambda^2$$

Opmerking de antenne weerstand is niet 100Ω maar 120Ω dit komt door de gap en de negatieve stroom aan de voet van de antenne. Dit heb ik slechts in één boek gevonden die dit eigenaardig fenomeen besprak.

$$\text{Voor } 5/8\lambda \text{ antenne is } A_e = l_{eff}^2 \cdot \frac{120\pi}{2R_a} = (0.271 \cdot \lambda)^2 \cdot \frac{120\pi}{2 \cdot 53.25} = 0.256 \cdot \lambda^2$$

5.35 Antenne winst

De antenne winst is de verhouding tussen de antenne openingshoek A_e van een bepaalde antenne en deze van een isotropische antenne waarvan we weten dat $A_{iso} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$ en dus

$$\text{bekomen we dat de antenne winst } G = \frac{A_e}{A_{iso}} = \frac{A_e \cdot 4\pi}{\lambda^2} = \frac{A_e \cdot 4\pi}{\lambda^2}$$

Dit wordt dan voor een $\lambda/4$ antenne $G = 0.1305574 \cdot \pi = 1.64$

Dit wordt dan voor een $\lambda/2$ antenne $G = 0.1591454 \cdot \pi = 2$

Dit wordt dan voor een $5/8\lambda$ antenne $G = 0.2564 \cdot \pi = 3.217$

De antenne winst voor een dipool antenne is gelijk aan de antenne winst van een monopool antenne. Het voordeel echter van een dipool antenne is dat als ze op een hoogte geplaatst wordt ook naar beneden straalt en een monopool antenne doet dat niet.

6 Epiloog

Oef, ik ben er door geraakt. Deze uiteenzetting was vrij ingewikkeld en vraagt van de lezer een uiterste concentratie. Maar langs de andere kant is het een uiteenzetting waarin geen stappen zijn overgeslagen om het schijnbaar eenvoudiger voor te stellen dan het is. Want wie dingen weglaat laat gaten na die blijven knagen bij iedereen die niet van compromissen houdt en snakt naar een degelijke uitleg zonder pardon.

Niet tegenstaande deze uitleg die al veel inspanning vraagt en verwacht dat je een degelijke kennis van integralen en driehoeksmeting moet beheersen is dit nog altijd nog maar het topje van de ijsberg. Antenne theorie is uiterst moeilijk, maar ik ben er van overtuigd als men het voorgaande heeft begrepen dat het dan evengoed mogelijk is de berekeningen te volgen voor meer ingewikkelde antennes zoals $\lambda/2$ antennes, lopende antennes, Yagi antennes, Loop antennes, Helix antennes en diens meer, alsook het effect van de hoogte van de antenne ten opzichte van de grond, extra weerstand veroorzaakt door het materiaal, of verandering van het dielectricum ϵ_r , ingeval de antennendraad ingegoten is in een gummistok of rond een epoxie stof gewikkeld is, om maar iets te noemen van de vele mogelijke varianten.

Daarbij komen nog de hoorn antennes de parabool antennes de polarisatie van antennes waarover ik wijselijk niets gezegd heb, maar de lezer aanzet om de gespecialiseerde literatuur hieromtrent na te pluizen.

Meestal vertrekken deze boeken van een zeer grote voorkennis van de zaken die hier in dit artikel wel aan bod gekomen zijn.

Ook is hier niet op ingegaan op het berekenen van de inductantie of capaciteit van een antenne wanneer deze niet juist in resonantie is met de uitgestraalde frequentie.

Vele boeken beginnen met de wetten van Maxwell. Persoonlijk heb ik er een hekel aan omdat Maxwell wel een indrukwekkende serie wetten heeft neergeschreven die tot hiertoe volkomen juist zijn, maar hij heeft niets verklaart, en bijvoorbeeld de inductiestroom geïntroduceerd zonder enig inzicht te geven wat eigenlijk fysisch deze inductiestroom voorstelt.

Einstein heeft later verklaard dat dit een fotonen stroom moet zijn. Maar eigenaardig genoeg vindt men veel literatuur over de relativiteitstheorie toegepast op sterren en zonnestelsels, en ook op microscopisch gebied om de interacties tussen de verschillende elementen van de natuur te verklaren, maar zelden vindt men iets over de verklaring van het magnetisch veld als een logisch gevolg van de relativiteitstheorie toegepast op elektronen in beweging.

Dit is uitvoerig uitgelegd wanneer we een uitdrukking zochten voor een inductantie.

Ik heb geprobeerd om alles zoveel mogelijk uit te leggen in functie van fotonen, die ik voorstel als partikels (bollekes) die weliswaar massaloos zijn maar een zeker energie overbrengen.

Een plausibele verklaring waarom de frequentie van de fotonen, volgens de formule van Planck namelijk $E = h.f$, waarin f de frequentie van het foton voorstelt, gelijk is aan de frequentie van de zender heb ik maar sporadisch iets over gevonden, en blijft voor mij nog steeds een niet volledig opgelost raadsel. Maar de analogie met een "cavity" of afgesloten ruimte waarin de elektronen zich kunnen bewegen is een plausibele uitleg, maar daarom geen zekerheid.

Ook heb ik getracht om het verband te leggen tussen Elektrisch veld en Magnetisch veld en aangehaald dat deze velden afzonderlijk niets voorstellen maar dat hun product de oppervlakte

van een vierkant voorstelt dat een uitdrukking is van het aantal fotonen dat er per seconde door dit vierkant passeren. Dit product is het vermogen per vierkante meter dat er in de ruimte overgebracht wordt (maal een constante). Vermits de vector van het Elektrisch veld (E) steeds gelijk is aan de vector van het Magnetisch veld (H) vermenigvuldigd met een paar natuurconstanten ($\mu_0 \cdot c = 120 \cdot \pi$) is het product steeds een vierkant.

Nergens beweer ik dat het interpreteren van de ether bestaande uit velden, welke voor te stellen zijn als gespannen lakens die op en neer kunnen bewegen, wiskundig foutief zou zijn, maar ze hebben volgens mij geen juiste fysische betekenis, en daarom zijn ze zo moeilijk te begrijpen.

Ik heb me zoveel mogelijk vastgehouden aan fotonen als drager van de uitgestraalde energie en me laten leiden door Richard Feynman die in zijn uiteenzetting "QED the strange theory of light and matter" zich volkomen baseert op fotonen als de enige drager van energie, voor zowel licht als radio golven en alle andere bestaande stralingen. (maar evengoed ervan overtuigd is dat deze veldentheorie wiskundig gezien veel eenvoudiger is) Het is mijn vaste overtuiging dat de pioniers van de elektromagnetische verschijnselen zich lieten leiden naar analoge elektrische wetten zoals de wet van Watt $P=V \cdot I$ en Ohm $V/I=R$ en dit wilde, willens nillens, ook toepassen op straling, en daarom $E=V/m$ en $H=I/m$ invoerden zonder de fysische betekenis ervan te snappen.

Ing. Jan Spaenjers
ing. Nick Warmoeskerken